



COMPENSACIÓN INFLACIONARIA Y PREMIOS POR RIESGO: EVIDENCIA PARA CHILE*

Camilo Beyzaga E.**
Luis Ceballos S.**

I. INTRODUCCIÓN

En economías con metas de inflación, como es el caso de Chile, el monitoreo constante por parte del Banco Central respecto de las expectativas de inflación al horizonte de política monetaria es un elemento de primer orden al momento de evaluar cómo el mercado incorpora en los precios de activos *shocks* tanto locales como externos.

Recientemente, las compensaciones de inflación (CI) obtenidas de bonos del BCCh han registrado importantes disminuciones, en contraste con otras fuentes que permiten medir dichas expectativas de inflación (a base de encuestas y tasas *swap*). Por otra parte, al comparar la capacidad predictiva de la inflación al horizonte de política monetaria de los bonos de gobierno¹, estos presentan un peor desempeño, además de ser considerablemente más volátiles que lo reportado en las encuestas. Lo anterior plantea la pregunta de la relevancia de estos precios de activos como medidas de expectativas futuras de la inflación.

En este trabajo se aplica la metodología de Abrahams et al. (2016) a la compensación de inflación de bonos de Chile, la cual permite identificar el componente de las CI asociadas a expectativas de inflación a diferentes horizontes, además de poder medir y cuantificar el premio por riesgo inflacionario implícito en los precios de activos de bonos. Con esto, en las medidas de CI que corrigen por premios no se observa por ahora una disminución significativa de la inflación esperada a dos años. Más aún, se aprecia que la evolución de las expectativas de inflación corregida es más coherente con el resto de las mediciones, indicando una expectativa a dos años plazo más alineada con la meta del Banco Central, además de presentar una menor volatilidad en su dinámica y una mejora en la capacidad de proyección de inflación a horizontes de uno y dos años.

La sección II presenta hechos estilizados de la estructura de tasas nominal y real del mercado local de bonos de gobierno en moneda nacional. La sección III se presenta evidencia internacional y local de la medición de premios por riesgo de inflación y liquidez implícitos en la compensación inflacionaria.

* Se agradece los comentarios y sugerencias de Alberto Naudon y Miguel Fuentes. Se agradece a Yu Rui y Richard Crump por otorgar el código MATLAB.

** Gerencia de Análisis Macroeconómico, Banco Central de Chile.

¹ La compensación inflacionaria 1 en 1, la cual corresponde a la inflación promedio esperada a un año dentro de un año más, es una medida que aísla *shocks* de corto plazo de la inflación y está centrada en el horizonte de política de dos años.

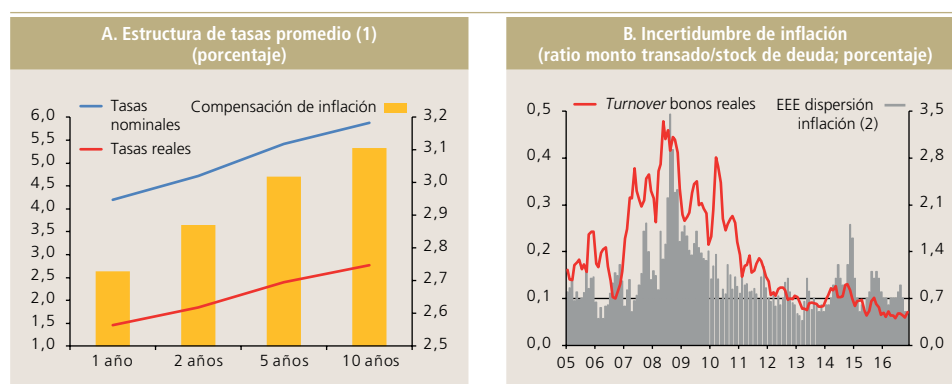
La sección IV presenta el modelo afín de tasas de interés utilizado para la identificación del premio por riesgo de inflación en Chile. La sección V presenta la descomposición de las compensaciones de inflación de uno y dos años y medidas *forward* de mediano y largo plazo, así como una evaluación de dichas medidas en términos de su dispersión y capacidad predictiva de la inflación. Finalmente, la sección VI concluye.

II. HECHOS ESTILIZADOS

Al observar las tasas nominales y reales promedio en el período enero del 2003 a noviembre del 2016 (gráfico 1 panel A), se observa que tanto las tasas promedio nominales y reales de los bonos CERO cupón del Banco Central de Chile presentan una forma creciente, sugiriendo la existencia de cierta compensación al tomar una posición en bonos de mayor duración². Más aún, el mayor empinamiento de la estructura de tasas nominales respecto de las reales sugiere la existencia de un premio por riesgo de inflación. Dicho premio corresponde a la compensación extra que se otorga a un inversionista por tomar posición en un bono nominal que no protege contra cambios de la inflación (a diferencia de los bonos reales). En el gráfico 1 (panel B) se observa cómo la demanda de bonos reales (definida como el *turnover* mensual, el cual corresponde al ratio de transacciones mensuales de bonos reales respecto al *stock* de bonos del BCCh denominados en la misma moneda), aumenta cuando existe mayor incertidumbre de la inflación esperada a un año sobre la base de la Encuesta de Expectativas Económicas (EEE)³.

Gráfico 1

Estructura de tasas de interés e incertidumbre de inflación



Fuente: Banco Central de Chile.

(1) Las tasas corresponden a tasas promedio del período enero del 2003 a noviembre del 2016 de bonos CERO del Banco Central de Chile nominales y reales, a plazos de 1 a 10 años.

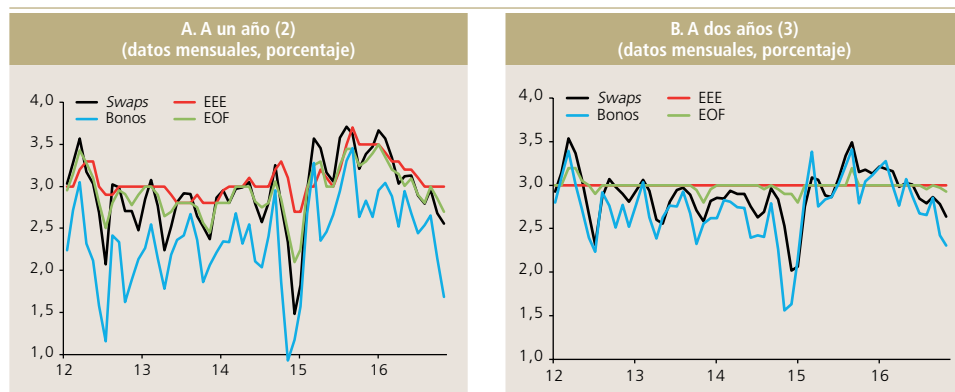
(2) Corresponde a la diferencia entre el decil 9 y 1 de la EEE respecto de la inflación esperada a un año.

² Evidencia del rol de premios en tasas nominales en Chile ha sido documentada recientemente en Ceballos et al. (2016).

³ Dicha medida corresponde a la diferencia entre los deciles 9 y 1 de la inflación esperada a un año. A mayor diferencia, mayor es la incertidumbre sobre el nivel de inflación esperada.

Gráfico 2

Expectativas de inflación (1)



Fuentes: Banco Central de Chile y Bloomberg.

(1) Compensación inflacionaria de bonos construida usando bonos CERO cupón.

(2) La Encuesta a Operadores Financieros (EOF) corresponde al promedio mensual de inflación esperada de 1 a 12 meses.

(3) EOF corresponde a promedio mensual de inflación esperada de 13 a 24 meses.

Las compensaciones de inflación obtenidas recientemente de bonos del BCCh han registrado importantes disminuciones (gráfico 2), en contraste con otras expectativas a base de encuestas y tasas *swaps*, los cuales exhiben disminuciones algo por debajo de 3%. En particular, las CI de bonos *spot* a un año (panel A) han disminuido más que las de otros instrumentos financieros, como *swaps*. En perspectiva, desde el 2012 las CI de bonos se han ubicado por debajo de lo observado en dichos instrumentos derivados. En tanto, al comparar la evolución de las expectativas de inflación con el horizonte de política monetaria (panel B), las CI de bonos se han ubicado persistentemente por debajo de otras medidas, como las expectativas implícitas en tasas *swap* o en encuestas, además de presentar mayor volatilidad. Lo anterior levanta la interrogante sobre el rol que los premios por riesgo de inflación puedan tener en la información de expectativas de inflación.

III. EVIDENCIA INTERNACIONAL Y LOCAL

La evidencia internacional respecto al rol de los premios⁴ contenidos en las compensaciones de inflación se ha basado principalmente, en la aplicación de la metodología de modelos afines sobre estructuras de tasas de interés, la cual estima en forma conjunta las tasas de interés nominales y reales a diferentes plazos bajo supuestos de no arbitraje. Bajo esta metodología, diversos estudios

⁴ En particular, destacan los premios por riesgo de inflación y de liquidez en la evidencia empírica de otras economías.

concluyen que las medidas de expectativas sin premios, derivadas de las compensaciones inflacionarias, son estables y en línea con lo observado en las encuestas. Además, reportan que los premios por riesgo de inflación varían en el tiempo y pueden tomar valores positivos o negativos⁵.

A nivel internacional, Grishchenko y Huang (2012) reportan para el caso de EE.UU. que el premio por riesgo de inflación varía en el tiempo, tomando valores positivos o negativos en diferentes períodos entre los años 2000 y 2008. En particular, documentan que el premio por riesgo de inflación a 10 años ha variado entre -16 y 10 puntos base en el período total. Por otro lado, Hördahl y Tristani (2014) documentan el premio por riesgo de inflación y de liquidez tanto en EE.UU. como en la Eurozona. En el primer caso, los autores reportan un premio por liquidez relevante en los bonos indexados a inflación a 10 años (TIPS por su sigla en inglés), el cual alcanzó niveles de casi 150 pb durante el 2008, aunque posteriormente se ha ubicado en torno a 50 pb, mientras que para el premio por riesgo de inflación reportan una medida volátil que ha variado entre -80 y 100 pb. En el caso de la Eurozona, los autores reportan un premio por liquidez en bonos reales a 10 años en torno a 20-30 pb, muy por debajo de lo documentado para EE.UU. En tanto, el premio por riesgo de inflación ha sido mayor que el de EE.UU. y en general positivo. En ambas economías, al corregir por dichos premios, las expectativas de inflación son más estables que las observadas en los precios de activos de bonos, y muy alineadas a lo reportado en encuestas de expectativas de inflación a horizontes de 10 años. Recientemente, Abrahams et al. (2016) reportan similares resultados para EE.UU. Para el Reino Unido, Liu et al. (2015) reportan una medida de compensación inflacionaria a 10 años que desde el 2001 se ha ubicado bastante cercano a lo observado en precios de activos, sugiriendo así que el rol de los premios en las compensaciones de inflación se ubica en torno a 0. Finalmente, Espinosa-Torres et al. (2015), usando el método de Abrahams et al. (2016) reportan para el mercado de Colombia una medida de compensación de inflación sin premios (a 8 años) más estable y que se ha ubicado entre 3 y 4% desde el 2005. En tanto, los premios por riesgo de inflación se mantienen en terreno negativo desde el 2012.

A nivel local, la evidencia del rol de los premios en las compensaciones inflacionarias es limitada. Jervis (2007) reporta los premios por riesgo de inflación y liquidez en el mercado nacional sobre la base de diferentes enfoques. Sus resultados sugieren que dichos premios son bajos, en efecto el premio por riesgo de inflación estimado se encuentra en un rango de -0,10 a 0,06% a un horizonte de 12 meses y de 0,17 a 0,2% para 24 meses y un premio por riesgo de inflación medido en un rango de -0,5 a 0,5%. En tanto, Chumacero y Opazo (2008), sobre la base de *proxys* de inflación esperada (a base de encuestas) y medidas de riesgo, reportan que la incidencia de factores asociados a premios inciden poco en la inflación de hasta dos años. No obstante, en ambos casos, no se estima en forma conjunta la estructura de tasas nominales/reales bajo modelos de no arbitraje, como los observados en la evidencia empírica internacional.

⁵ Para una discusión teórica de los premios por riesgo de inflación, véase Bekaert y Wang (2010), y Campbell et al. (2009).

IV. METODOLOGÍA Y DATOS

De la evidencia empírica de la sección anterior, se puede concluir que una de las razones por las que las compensaciones inflacionarias obtenidas de tasas de mercado pueden dar un panorama sesgado y más volátil de la inflación a dos años, es que no solo están determinadas por las expectativas de inflación de mercado, sino también por premios que varían en el tiempo. Dado lo anterior, la aplicación de modelos afines de tasas de interés permite identificar el componente de las tasas de mercado asociado a una trayectoria de tasas cortas esperadas y a un componente de premios a diferentes plazos. En la práctica, se modela la evolución de tasas cortas nominales y reales, además de los premios por riesgo de la economía basados en un conjunto acotado de factores relevantes que inciden en su trayectoria. Dichos factores, como se reporta más adelante, son comunes a la revisión de la literatura y corresponden a los componentes principales de las tasas de interés.

En dicha metodología, la identificación de los premios implícitos en las compensaciones inflacionarias se realiza de acuerdo con los dos pasos siguientes: Primero, se estima la trayectoria de tasas cortas reales y nominales (bajo el supuesto de agentes adversos al riesgo) tal que se obtenga un buen ajuste de las tasas de mercado, y se impone la condición de no arbitraje de tasas de interés. Segundo, al considerar neutralidad al riesgo (operacionalmente se obtiene al imponer 0 en los premios por riesgo), se obtiene una trayectoria de tasas neutrales al riesgo. La diferencia entre ambas medidas corresponde a la medición de los premios por riesgo de inflación.

La metodología utilizada corresponde a la reportada por Abrahams et al. (2016), que tiene como objetivo estimar el premio por riesgo asociado a los retornos de los bonos⁶. En un primer paso, a partir de la curva de rendimientos CERO cupón de bonos nominales e indexados por inflación, se extraen los primeros K_N y K_R componentes principales estandarizados respectivamente. Estas $K_N + K_R$ variables corresponderán al vector de variables de estado X_t que, se asume, siguen un proceso autorregresivo:

$$X_{t+1} - \mu_X = \phi(X_t - \mu_X) + v_{t+1}$$

El vector X_t contiene los componentes principales de tasas de interés de bonos. De esta regresión, utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios con las variables centradas en su media, se obtiene el parámetro ϕ_{ols} . Posteriormente, cumpliendo con las condiciones de no arbitraje, los retornos nominales y reales en función de las variables de estado se representan como⁷:

$$R = \alpha - B\phi X_{t-1} + B X_t + E$$

6 En dicho trabajo se identifica premios por riesgo de inflación y por liquidez dados un factor observado asociado a dicho premio. En el caso de Chile se estima solo el componente de riesgo de inflación.

7 El apéndice A describe la metodología del modelo afín de tasas de interés asociando las tasas de mercado observadas y la identificación de premios y expectativas en forma detallada.

Luego, se procede a la estimación de los excesos de retorno de los bonos nominales e indexados por inflación sobre la tasa libre de riesgo (denotado por R), en función de las variables de estado de la cual se obtienen los estimadores $(\hat{\alpha}_{ols}, \hat{B}_{ols}, \hat{B}_{ols})$. Utilizando los residuos de la estimación $\hat{E}_{ols}$ obtenemos que $\hat{\Sigma}_e = T^{-1} \hat{E}_{ols}' \hat{E}_{ols}$ que empleamos para estimar un parámetro ϕ más eficientemente, mediante mínimos cuadrados generalizados, como:

$$\hat{\phi}_{gls} = -\left(\hat{B}_{ols}' \hat{\Sigma}_e^{-1} \hat{B}_{ols}\right)^{-1} \hat{B}_{ols}' \hat{\Sigma}_e^{-1} \hat{B}_{ols}$$

Con el parámetro $\hat{\phi}_{gls}$ estimamos nuevamente la ecuación entre los retornos de los bonos y las variables de estado:

$$R = \alpha + B(-\hat{\phi}_{gls} X_{t-1} + X_t)$$

Del cual se obtienen estimadores más eficientes de α y B , los cuales se denominan $\hat{\alpha}_{gls}$ y $\hat{B}_{gls}$. Con estos parámetros estimamos μ_{gls} a través de la expresión

$$\hat{\mu}_{gls} = -\left(\hat{B}_{gls}' \hat{\Sigma}_e^{-1} \hat{B}_{gls}\right)^{-1} \hat{B}_{gls}' \hat{\Sigma}_e^{-1} (\hat{\alpha}_{gls} + \frac{1}{2} \hat{\gamma}_{gls})$$

Con γ_{gls} definido como:

$$\hat{\gamma}_{gls} = \left(B_1' \Sigma B_1, \dots, B_{N_N}' \Sigma B_{N_N}, (B_{1,R} + \pi_1) \Sigma (B_{1,R} + \pi_1)', \dots, (B_{N_R,R} + \pi_1) \Sigma (B_{N_R,R} + \pi_1)' \right)$$

Finalmente, con los parámetros estimados se obtiene el premio por riesgo asociado al riesgo inherente en las variables de estado como:

$$\lambda_0 = (I_k - \hat{\phi}_{ols}) \mu_X - \mu_{gls}$$

$$\lambda_1 = \hat{\phi}_{ols} - \hat{\phi}_{gls}$$

La expresión anterior corresponde a los parámetros asociados a los premios por riesgo de la economía, donde μ_X es estimado como un promedio muestral de las variables de estado.

Por otra parte, resulta necesaria también la estimación de los parámetros asociados a las tasas nominales (δ_0, δ_1) e inflación (π_0, π_1) en función de las variables de estado. Dado que las tasas nominales cortas resultan directamente observables, los parámetros son fácilmente estimados mediante una regresión de mínimos cuadrados ordinarios donde la tasa corta entra como constante δ_0 . Para la caracterización de la inflación, en cambio, se tiene que los rendimientos de los bonos indexados a inflación $y_{t,R}^{(n)}$ presentan una forma de función semicuadrática con los parámetros de inflación $g(\pi_0, \pi_1; n_i, t)$, obteniéndose estos mediante la minimización de la suma cuadrática de los errores.

Los datos utilizados corresponden a las tasas CERO cupón de los bonos nominales y reales (BCP y BCU, respectivamente) del Banco Central de Chile. Para la medida de inflación se utiliza la variación mensual del IPC.

V. RESULTADOS

V.1 Expectativas de inflación sin premios

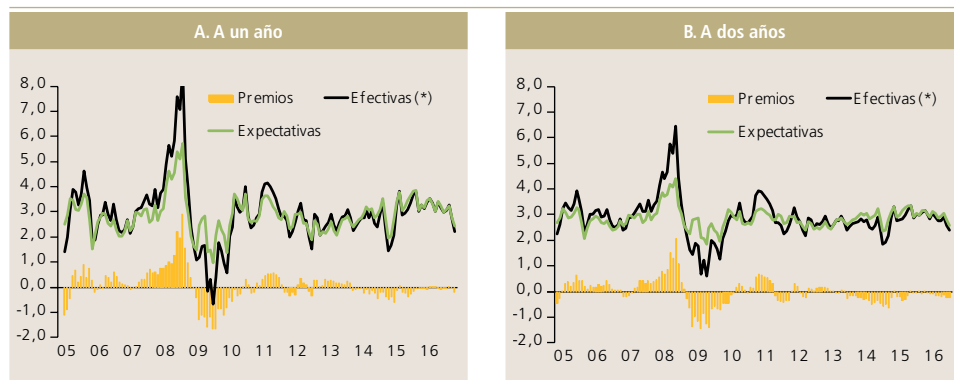
La descomposición de compensaciones⁸ de inflación a uno y dos años se presenta en el gráfico 3. Las CI efectivas son descompuestas en el componente asociado a expectativas de inflación a dichos plazos, así como el premio por riesgo de inflación. Se aprecia que las medidas corregidas de premios son más estables que las observadas en bonos, y con premios por riesgo que actualmente se ubican algo por debajo de 0.

Es importante destacar que esta no es la primera vez que se observan caídas importantes en las CI en el último tiempo. De hecho, a fines de 2014, las CI de bonos se ubicaron bajo 2% en un contexto donde el precio del petróleo registraba una caída importante, aunque al igual que en el episodio actual, la disminución de las CI fue bastante más pronunciada que otras fuentes. Al igual que lo observado recientemente, en dicho episodio las medidas que excluyen premios se ubicaron 50 pb por encima de lo observado en las CI de bonos, entre 2 y 2,4% a uno y dos años, respectivamente.

Gráfico 3

Estimación de la compensación *spot* de inflación

(datos mensuales, porcentaje)



Fuente: Banco Central de Chile.

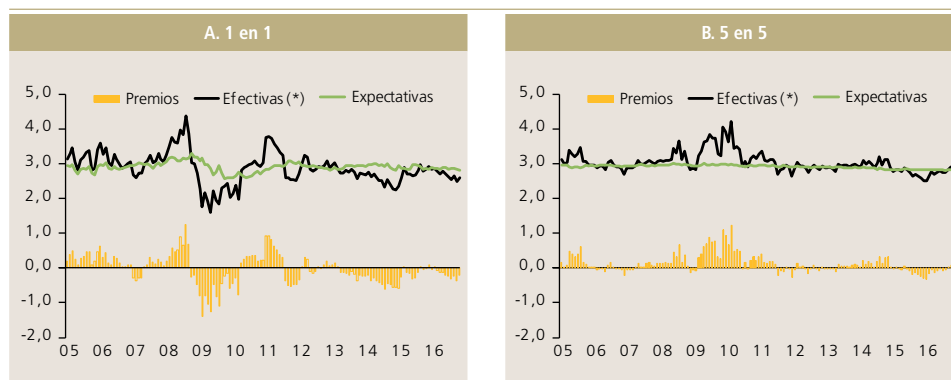
(*) Compensación inflacionaria efectiva corresponde a estimación del modelo. El apéndice C reporta la diferencia en puntos base de la compensación inflacionaria del modelo y las CI de bonos.

⁸ En el apéndice B se reportan los parámetros estimados del modelo.

Gráfico 4

Estimación de compensación *forward* de inflación

(datos mensuales, porcentaje)



Fuente: Banco Central de Chile.

(*) Compensación inflacionaria efectiva corresponde a estimación del modelo. El apéndice C reporta la diferencia en puntos base de la compensación inflacionaria del modelo y las CI de bonos.

En tanto, medidas de expectativas de inflación *forward* relevantes para el horizonte de política monetaria (1 en 1) y de largo plazo (5 en 5) corregidas de premios se reportan en el gráfico 4. Se observa que, si bien las expectativas de inflación a dos años implícitas en los bonos del Banco Central presentan en promedio, una inflación esperada algo menor de 3%, la varianza y los valores extremos son considerablemente menores una vez que se corrigen por la presencia de premios. En perspectiva, se observa que las expectativas de inflación corregidas por premios han estado ancladas y en torno a la meta del 3%.

V.2 Comparación de diferentes fuentes de expectativas de inflación

Para evaluar cómo se comportan las medidas de inflación sin premios a horizontes de uno y dos años, se procede a comparar el nivel promedio de dicha medida de expectativas de inflación y su volatilidad, respecto de diversas fuentes, tanto precios de activos como encuestas. Luego, se evalúa la capacidad predictiva de inflación a horizontes de uno y dos años. Así, ambos ejercicios intentan dar luces sobre la mejora que presenta la medida de expectativas de inflación sin premios sobre la base de bonos del Banco Central de Chile.

En primer lugar, las medidas de expectativas de inflación derivadas de precios de bonos del Banco Central presentan en promedio, una inflación menor que otras fuentes alternativas que miden dichas expectativas (*swaps* y encuestas) y además, presentan una mayor volatilidad en dicha medición (gráfico 5). Al considerar las medidas de expectativas que excluyen premios se observa que la volatilidad de dichas medidas se reduce entre 20 y 50% a uno y dos años, respectivamente, al compararlas con la medida de CI de bonos.

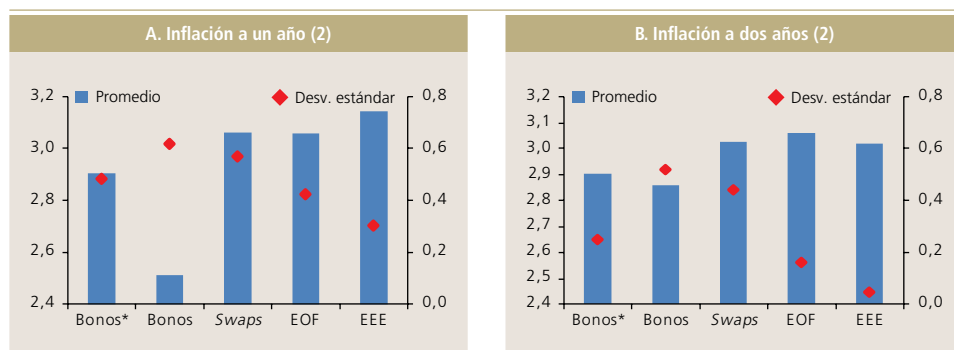
Por otro lado, se evalúa la capacidad de proyección de la inflación a horizontes de uno y dos años. El gráfico 6 presenta el estadístico RECM para la proyección del IPC total en dos muestras. Se observa que mejora la capacidad de predicción de inflación

sobre la base de bonos que excluyen premios entre 15 y 20% a dichos horizontes respecto de las expectativas de mercado observadas directamente en los precios de bonos del BCCh⁹. No obstante, al comparar con encuestas, estas aun presentan mayor capacidad de predicción de inflación y menor volatilidad. Con todo, dichas medidas que excluyen premios, permitirían tomar el pulso de cómo el mercado incorpora eventos externos e internos a sus expectativas de forma más parsimoniosa.

Gráfico 5

Estadísticas medidas de inflación (1)

(porcentaje)



Fuentes: Banco Central de Chile y elaboración de los autores.

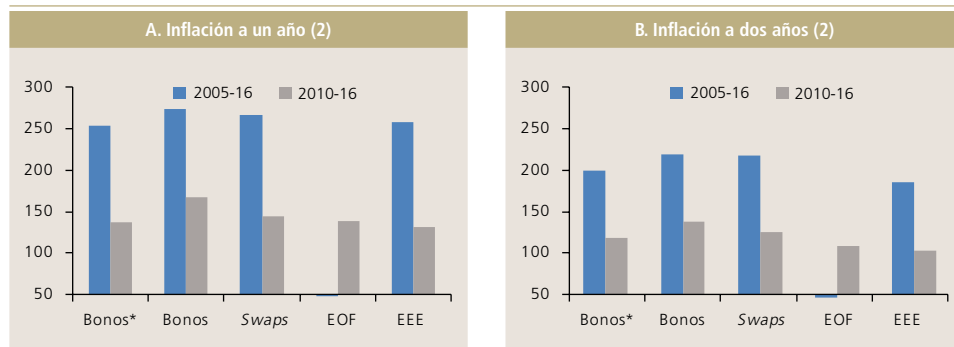
(1) Las medidas de promedio y desviación estándar se computan para el período enero del 2010 a noviembre del 2016.

(2) Bonos* corresponde a la medida de expectativas de inflación que excluye los premios.

Gráfico 6

RECM de medidas de inflación (1)

(puntos base)



Fuentes: Banco Central de Chile y elaboración de los autores.

(1) Para el cálculo de RECM se considera dos períodos, entre enero del 2005 y noviembre del 2016, y una muestra más reciente: enero del 2010 a noviembre del 2016, en ambos casos se evalúa dichas fuentes para la proyección del IPC total.

(2) Bonos* corresponde a la medida de expectativas de inflación que excluye los premios.

⁹ Basados en el test de Diebold y Mariano (1995), se evidencia que el menor RECM de los bonos que excluyen premios respecto de las medidas de bonos del BCCh es estadísticamente significativo en ambos plazos de uno y dos años, y en ambas muestras evaluadas.

VI. CONCLUSIONES

En esta nota se revisó las medidas de compensación inflacionaria de bonos relevantes para el horizonte de política monetaria, identificando el componente asociado a expectativas y premios por riesgo de inflación implícitas en los precios de activos de bonos del Banco Central de Chile.

A partir de la evidencia presentada en el trabajo, se deduce que las medidas de inflación que corrigen por premios son más estables y en torno a la meta de inflación de 3%. Dicho resultado es similar a lo reportado en otras economías donde se ha documentado la relevancia de los premios en las compensaciones de inflación.

Las expectativas de inflación de mercado son una variable relevante a la hora de evaluar la implementación de la política monetaria. En Chile, las medidas que se obtienen de encuestas de mercado dan cuenta de una importante credibilidad del Banco Central, con expectativas que se alinean con la meta de 3% a dos años plazo. Las expectativas que se deducen de los precios financieros —compensaciones inflacionarias— muestran un comportamiento más volátil y en el último tiempo, indican una inflación bajo 3% en el horizonte de política. Sin embargo, estas medidas contienen también información sobre premios por liquidez que afecta su valor. Al limpiarlos de estos, se aprecia que su evolución es coherente con el resto de las mediciones, indicando una expectativa a dos años plazo alineada con la meta del Banco Central, además de presentar menor volatilidad y una mejora en la capacidad de predicción de la inflación a horizontes de uno y dos años.

REFERENCIAS

- Abrahams, M., T. Adrian, R.K. Crump y E. Möench (2016). “Decomposing Real and Nominal Yield Curves”. *Journal of Monetary Economics* 84: 182–200.
- Bekaert, G. y X. Wang (2010). “Inflation Risk”. *Economic Policy* 25(64): 755–806.
- Campbell, J.Y., R.J. Shiller y L. Viceira (2009). “Understanding Inflation-Indexed Bond Markets”. *Brookings Papers on Economic Activity* 1: 79–120.
- Ceballos, L., A. Naudon y D. Romero (2016). “Nominal Term Structure and Term Premia: Evidence from Chile”. *Applied Economics* 48(29): 2721–35.
- Chumacero, R. y L. Opazo (2008). “Compensación Inflacionaria en Chile”. Documento de trabajo No. 468, Banco Central de Chile.
- Diebold, F. y R. Mariano (1995). “Comparing Predictive Accuracy”. *Journal of Business and Economic Statistics* 13(3): 253–63.
- Duffee, G. R. (2002). Term premia and interest rate forecasts in affine models. *The Journal of Finance*, 57(1), 405–443.
- Espinosa-Torres, J.A., L.F. Melo-Velandia y J.F. Moreno-Gutiérrez (2015). “Expectativas de Inflación, Prima por Riesgo Inflacionario y Prima de Liquidez: Una Descomposición del Break-even de Inflation para los Bonos del Gobierno Colombiano”. Borradores de Economía, Banco de la República Colombia.
- Grishchenko, O. y J. Huang (2012). “Inflation Risk Premium: Evidence from the TIPS Market”. *Finance and Economics Discussion Series*, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, 2012-06.
- Hördahl, P. y O. Tristani (2014). “Inflation Risk Premia in the Euro Area and the United States”. *International Journal of Central Banking* 10(3): 1–47.
- Jervis, P. (2007). “La Compensación Inflacionaria y Sus Componentes en Chile”. *Economía Chilena* 10(2): 27–56.
- Liu, Z., E.V. Liu, I. Kaminska y J. Relleen (2015). “The Informational Content of Market-Based Measures of Inflation Expectations Derived from Government Bonds and Inflation Swaps in the United Kingdom”. *Working Paper*, Banco de Inglaterra.

APÉNDICE A

MODELO AFÍN DE TASAS DE INTERÉS

Siguiendo la metodología de estimación y construcción de estructura de bonos AACM, sea X_t el vector de variables de estado que corresponde a los componentes principales de los rendimientos de los bonos nominales y/o reales, la que se modela bajo a un proceso VAR(1):

$$X_{t+1} - \mu_X = \phi(X_t - \mu_X) + v_{t+1}$$

Por otro lado, siguiendo a Duffe (2002), se asume que los precios que se asocian al riesgo de cada variable de estado toman la forma:

$$\lambda_t = \Sigma^{-1/2}(\lambda_0 + \lambda_1 X_t)$$

donde λ_t es el riesgo asociado a cada variable de estado. Con esto se definen los parámetros:

$$\tilde{\mu} = (I_k - \phi)\mu_X - \lambda_0$$

$$\tilde{\phi} = \phi - \lambda_1$$

los cuales, en función de los premios por riesgo, tienen importancia en la desagregación de los bonos nominales y reales en su componente de riesgo neutral.

Respecto a los bonos nominales, el logaritmo de los precios de un bono descontado por la tasa libre de riesgo con vencimiento n en el período t , se define de manera lineal respecto de las variables de estado, como:

$$\ln P_t^n = A_n + B_n' X_t$$

lo que implica que la tasa libre de riesgo se puede definir de igual manera:

$$r_t = \delta_0 + \delta_1' X_t$$

Con esto, e imponiendo condiciones de no arbitraje, se obtiene la siguiente relación de los parámetros:

$$A_n = A_{n-1} + B_{n-1}' \tilde{\mu} + \frac{1}{2} B_{n-1}' \Sigma B_{n-1} - \delta_0$$

$$B_n' = B_{n-1}' \tilde{\phi} - \delta_1'$$

$$B_0' = 0_{K \times 1}, A_0' = 0$$

Similar caso tenemos respecto de los bonos indexados a inflación, el logaritmo de los precios de un bono real con vencimiento n en el período t se define:

$$\ln P_{t,R}^n = A_{n,R} + B'_{n,R} X_t$$

Con Q_t como el índice de precios en el tiempo t , se define $\pi_t = \ln\left(\frac{Q_t}{Q_{t-1}}\right)$ como la inflación en un período, la cual también se define de forma lineal respecto a las variables de estado:

$$\pi_t = \pi_0 + \pi'_1 X_t$$

También para los bonos reales las relaciones de los parámetros se puede llevar a una forma de sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} A_{n,R} &= A_{n-1,R} + (B_{n-1,R} + \pi_1)' \tilde{\mu} + \frac{1}{2} (B_{n-1,R} + \pi_1)' \Sigma (B_{n-1,R} + \pi_1) - \delta_{0,R} \\ B'_{n,R} &= (B_{n-1,R} + \pi_1)' \tilde{\phi} - \delta'_1 \\ B'_{0,R} &= 0_{K \times 1}, \quad A'_{0,R} = 0 \end{aligned}$$

donde el parámetro de tasas reales de corto plazo $\delta_{0,R}$ se define como $\delta_{0,R} = \delta_0 - \pi_0$.

Sean los excesos de retorno (en logaritmo) de los bonos nominales y reales iguales a:

$$rx_{t+1}^{(n-1)} = \ln P_{t+1}^{(n-1)} - \ln P_t^{(n-1)} - r_t$$

$$rx_{t+1,R}^{(n-1)} = \ln P_{t+1,R}^{(n-1)} - \ln P_{t,R}^{(n-1)} - r_t$$

Reemplazando con las condiciones de no arbitraje y sumando la inflación a un período en la ecuación de exceso de retorno real, se puede reformular estos como:

$$\begin{aligned} rx_{t+1}^{(n-1)} &= \alpha_{n-1} - B'_{n-1} \tilde{\phi} X_t + B'_n X_{t+1} \\ rx_{t+1,R}^{(n-1)} + \pi_{t+1} &= \alpha_{n-1,R} - (B'_{n-1} + \pi_1)' \tilde{\phi} X_t + (B'_{n-1} + \pi_1)' X_{t+1} \end{aligned}$$

Con los parámetros α para los excesos de retornos nominales y reales respectivamente $\alpha_{n-1} = -(B'_{n-1} \tilde{\mu} + \frac{1}{2} B'_{n-1} \Sigma B_{n-1})$ y $\alpha_{n-1,R} = -((B_{n-1,R} + \pi_1)' \tilde{\mu} + \frac{1}{2} (B_{n-1,R} + \pi_1)' \Sigma (B_{n-1,R} + \pi_1))$.

Reagrupando los excesos de retornos nominales y reales en un vector R en forma compacta, obtenemos:

$$R_t = \alpha - B \phi X_{t-1} + B X_t + E$$

Finalmente, del modelo se derivan las expectativas de inflación bajo las medidas de valoración y de riesgo neutral, respectivamente, para cualquier horizonte de tiempo. Para un horizonte de proyección n , las expectativas de inflación se miden por el diferencial de tasas de bonos nominales $y_t^{(n)}$ y reales $y_{t,R}^{(n)}$ con plazo n :

$$\pi_t^{(n)} = y_t^{(n)} - y_{t,R}^{(n)} = -\frac{1}{n} \left[A_n + B_n' X_t - (A_{n,R} + B_{n,R}' X_t) \right]$$

Sin embargo, dado que los bonos presentan un premio por riesgo, cumpliéndose que $\Lambda = [\lambda_0, \lambda_1] = 0$ se obtiene una medida de expectativas de inflación ajustada por riesgo o de riesgo neutral:

$$\pi_t^{(n),RN} = y_t^{(n),RN} - y_{t,R}^{(n),RN} = -\frac{1}{n} \left[A_n^{RN} + B_n'^{RN} X_t - (A_{n,R}^{RN} + B_{n,R}'^{RN} X_t) \right]$$

APÉNDICE B

PARÁMETROS DEL MODELO

Cuadro B1

Parámetros asociados a la tasa libre de riesgo (δ_0, δ_1) e inflación (π_0, π_1) respecto de las variables de estado.

X_1 , X_2 y X_3 representan los tres primeros componentes obtenidos de los rendimientos de los bonos nominales mientras que X_4 , X_5 y X_6 al de los bonos reales.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
δ_1	0,00010	0,00016	0,00030	0,00000	0,00000	0,00000
π_1	0,00007	-0,00007	-0,00002	-0,00023	-0,00036	-0,00147
δ_0	0,00318					
π_0	0,00250					

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro B2

Estimación de parámetros de premio por riesgo a cada variable de estado $\Lambda = [\lambda_0, \lambda_1]$.

X_1 , X_2 y X_3 representan los primeros tres componentes obtenidos de los rendimientos de los bonos nominales mientras que X_4 , X_5 y X_6 al de los bonos reales.

	λ_0	$\lambda_{1,1}$	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_{1,3}$	$\lambda_{1,4}$	$\lambda_{1,5}$	$\lambda_{1,6}$
X_1	-0,553	-0,011	0,015	-0,234	-0,136	-0,306	-0,201
X_2	-0,058	0,028	-0,010	-0,020	-0,077	0,220	-0,210
X_3	-0,003	0,008	0,008	-0,030	0,002	-0,041	0,196
X_4	-0,159	0,029	0,030	-0,035	-0,120	0,245	0,062
X_5	-0,040	0,000	0,022	-0,104	0,010	-0,240	0,043
X_6	0,012	0,002	0,004	0,043	0,010	0,011	-0,312

Fuente: Elaboración propia.

APÉNDICE C

AJUSTE DEL MODELO

Cuadro C1

Raíz del error cuadrático medio entre las tasas observadas y el modelo sobre los bonos nominales, indexados a inflación y la compensación inflacionaria.

Muestra en frecuencia mensual: 01/2003 – 11/2016. Expresado en puntos base.

	Tasa nominal	Tasa real	Comp. inflacionaria
1 año	13,08	2,09	13,90
2 años	9,22	4,62	8,44
5 años	6,49	4,64	7,35
10 años	4,88	2,29	4,96

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro C2

Raíz del error cuadrático medio entre las tasas obtenidas por Nelson Siegel y el modelo sobre los bonos nominales, indexados a inflación y la compensación inflacionaria.

Muestra en frecuencia mensual: 01/2003 – 11/2016. Expresado en puntos base.

	Tasa nominal	Tasa real	Comp. inflacionaria
1 año	0,20	2,56	2,38
2 años	0,39	1,64	1,30
5 años	0,38	0,46	0,70
10 años	1,79	2,32	0,65

Fuente: Elaboración propia.