DINÁMICA NO LINEAL EN EL MERCADO ACCIONARIO CHILENO: EVIDENCIA DE RETORNOS Y VOLÚMENES TRANSADOS*

Rodrigo Aranda L.[**]
Patricio Jaramillo G.[***]

I. Introducción

"*It takes trading volume to make prices move*". Este viejo dicho de *Wall Street* contribuye a comprender el antiguo interés entre los economistas financieros por estudiar la relación entre el retorno de las acciones y el volumen transado. Dado que el precio de la acción de una empresa debería reflejar las expectativas de los inversionistas sobre las perspectivas futuras de la misma, toda nueva información ("noticia") respecto de los fundamentos del precio (curso futuro de los dividendos, tasas de descuento, etc.) hace que los inversionistas modifiquen sus expectativas, siendo ello la principal razón para que cambie el precio de una acción. En términos generales, esto es lo que plantea la Hipótesis de Mercados Eficientes (Fama 1970, 1991), la que implica que, en promedio, no es posible obtener beneficios superiores a los normales de manera sistemática. Ello, a pesar de que la evaluación de estas noticias por parte de los inversionistas puede ser heterogénea (Gurgul et al., 2005).

El contraste empírico de la HME ha sido contradictorio (Karpoff, 1987). Algunos estudios muestran que los aumentos de precios estarían correlacionados positivamente con los volúmenes transados, siendo más ambigua la relación entre los volúmenes transados y las caídas de precios. En general, la relación precio-volumen depende de la tasa de flujo de noticias y la diseminación de estas en el mercado, del grado en que los precios son capaces de transmitir información, de la profundidad del mercado, y finalmente de que existan o no restricciones a las ventas cortas. En este contexto, los cambios de precios se pueden interpretar como la síntesis del mercado respecto a estas noticias. En un mercado eficiente, los precios deberían ajustarse instantáneamente hacia sus valores fundamentales, mientras que los volúmenes transados no deberían contener información sobre el desarrollo futuro de los precios.

Estudios empíricos aplicados a mercados accionarios desarrollados tienden a confirmar la existencia de una relación positiva entre volúmenes y precios, principalmente a través de modelos lineales y/o modelos de volatilidad tipo GARCH. Asimismo, se reconoce que los mercados de activos en general, y accionarios en particular, se caracterizan por la ocurrencia de *shocks* de baja frecuencia pero de gran impacto. No obstante, Karpoff (1987) señala que los estudios sobre la relación precio-volumen se basan en supuestos erróneos sobre la relación funcional entre ambas variables, al considerar como monotónica dicha relación. Así, el uso de un modelo lineal para los retornos redundaría en una especificación errónea del problema (Bradley y Jansen, 2004).

La introducción de dinámicas no lineales lleva a concluir que una nula correlación serial podría implicar independencia estadística, siempre que la distribución de probabilidad conjunta siguiera una distribución normal. La importancia de esta condición se hizo evidente con el descubrimiento de dependencias no lineales en los retornos accionarios reportado por Hinich y Patterson (1985). En la actualidad sabemos que la ausencia de dependencias lineales (correlación serial o autocorrelación) no restringe la posibilidad de dependencias no lineales

* *Agradecemos a Luis Felipe Céspedes, Fabián Gredig, Mariana García, Pete McMenamin, Alvaro García y dos árbitros anónimos por sus comentarios a una versión previa de este artículo. Víctor Sanhueza proporcionó una valiosa colaboración como ayudante de investigación en una de las secciones del trabajo. Las ideas presentadas son de responsabilidad de los autores y no necesariamente representan a la Universidad de Santiago o a la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras.*
** *Departamento de Economía, Universidad de Santiago de Chile. Email: rodrigo.aranda@usach.cl*
*** *Departamento de Estudios, Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras. E-mail: pjaramillo@sbif.cl*

en los retornos. En particular, cualquier argumento que valide modelos de *mixture* de distribuciones o de hipótesis de arribo secuencial de información, es tomado como evidencia en contra de la HME. Lo anterior implica que, al operacionalizar el test de HME, es necesario agregar algunas características adicionales a las convencionales.

Esta discusión sobre dinámicas no lineales en la relación entre retornos y volúmenes transados, si bien se ha abordado ampliamente en mercados más desarrollados, es mucho más escasa en mercados emergentes. Por ello, es natural preguntarse en este ámbito, hasta qué punto los hallazgos reportados para mercados accionarios líquidos de economías industrializadas se cumplen en economía emergentes como la chilena.

Dado lo anterior, el propósito fundamental de este artículo es examinar la evidencia de eventuales relaciones de causalidad no lineal entre los retornos accionarios y volúmenes transados en la Bolsa de Comercio de Santiago.

Específicamente, la contribución que pretendemos realizar a la literatura comprende las siguientes dimensiones: primero, realizamos un análisis de alta frecuencia, trabajando con información diaria para las variables de interés, en lugar de información de menor periodicidad como ha sido la práctica en mercados emergentes. Segundo, implementamos contrastes de causalidad lineal y no lineal a la Granger, para despejar cualquier correlación entre los retornos del índice accionario y el volumen. La existencia o no de una posible correlación positiva es importante para el contraste de la HME. Tercero, buscamos patrones no lineales en los datos, mediante la formulación y estimación de modelos univariados de transición suave (STAR), y el contraste de estos con alternativas lineales. Cuarto, el análisis de no linealidades es complementado con la estimación y contraste de un modelo bivariado autorregresivo con cambios markovianos (*Markov-Switching vector autoregression*), o MS-VAR. Hasta donde sabemos, esta sería la primera oportunidad en que todas estas características se combinan en un análisis para el mercado accionario chileno.

Para abordar estas aristas, el artículo se estructura de la siguiente manera. La sección siguiente resume la literatura, tanto teórica como empírica, sobre la relación entre precios (y retornos) accionarios y los volúmenes transados. La sección III describe los datos y la metodología econométrica utilizada. La sección IV reporta y discute los principales resultados, y la sección V presenta algunas conclusiones y limitaciones del trabajo.

II. Literatura Relacionada

El folclore de mercado y alguna evidencia empírica sugieren que retornos y volúmenes transados están positivamente correlacionados aunque, como se señala en la introducción, tal relación depende, entre otros factores, de la tasa del flujo de información y su difusión hacia el mercado, del grado en que los mercados transmiten la información, del tamaño del mercado y de la existencia de restricciones de venta corta. Dos hechos estilizados son habitualmente señalados para justificar tal relación. Primero, la correlación entre el volumen transado y el valor absoluto de los cambios de precios es positiva; esto es, por lo general, un gran incremento del volumen viene acompañado ya sea por un gran aumento o una gran disminución de precios. Segundo, la correlación entre el volumen transado y el retorno es también positiva. Sin embargo, no existe suficiente evidencia empírica que apoye la robustez de estas correlaciones, y una de las razones que explican esto es la ausencia de marcos teóricos lo suficientemente generales que vinculen los volúmenes transados con los retornos accionarios.

Al respecto, las explicaciones teóricas a la existencia de una relación causal entre precios de activos y volúmenes transados se pueden agrupar en cuatro categorías. La primera corresponde a los denominados modelos de arribo secuencial de información (Copeland, 1976; Jennings et al., 1981), según los cuales habría una eventual causalidad bidireccional entre retornos y volumen ya que, debido al flujo secuencial de información, el volumen de transacción rezagado proporciona información sobre los retornos absolutos corrientes, y los retornos absolutos rezagados contienen información para el volumen de transacción corriente.

Una segunda categoría de modelos intenta explicar la relación entre volumen corriente de transacción

y retornos pasados, a través de las motivaciones impositivas asociadas a las transacciones; en otras palabras, los aspectos tributarios asociados a la participación en el mercado accionario pueden inducir una causalidad que va desde los retornos al volumen transado.

El tercer grupo de estudios teóricos se vincula con los modelos de distribuciones mixtas de Clark (1973) y Epps y Epps (1976). Esta hipótesis sugiere que los cambios de precios y el volumen transado tienen una relación positiva, debido a la dependencia conjunta de un evento común. Utilizando el volumen de transacción como medida del desacuerdo entre inversionistas en el mercado accionario, Epps y Epps (1976) muestran que hay una causalidad positiva desde volumen a retornos absolutos, puesto que los inversionistas revisan sus precios de reserva tras el arribo de nueva información y un mayor desacuerdo entre inversionistas se refleja en un mayor incremento del nivel esperado del volumen de transacciones. Esta misma relación causal es pronosticada en Blume et al. (1994); He y Wang (1995), y Chordia y Subrahmanyan (2000). En este enfoque no se puede descartar la posibilidad de una retroalimentación, de una causalidad bidireccional, en la que los movimientos de precios puedan causar posteriores cambios en el volumen. Si bien algunas investigaciones reportan causalidad unidireccional desde retornos a volúmenes transados, la literatura más reciente proporciona evidencia mixta, con resultados de causalidad inversa.

Por último, los modelos de inversionistas ruidosos (*noise traders*) corresponden a la cuarta categoría de explicaciones para la relación entre retornos y volúmenes transados. Este tipo de modelos establece que los retornos accionarios agregados tienen correlación positiva en el corto plazo, pero negativa en el largo plazo. La existencia de una relación positiva que va desde volumen a precios de acciones se basa en el supuesto de que las estrategias de volumen de transacciones que siguen estos inversionistas ruidosos hacen que se mueva el precio de las acciones. Por su parte, una relación causal positiva desde precio a volumen sería coherente con una retroalimentación positiva en las estrategias de transacción de estos inversionistas, para quienes las decisiones de transar están condicionadas a los movimientos pasados de los precios accionarios (De Long et al., 1990).

Desde el punto de vista empírico, si bien las investigaciones iniciales se concentran principalmente en la relación contemporánea entre retornos y volumen, estudios más recientes examinan dinámicas de causalidad (Karpoff, 1987). Por ejemplo, Smirlok y Starks (1992); Gallant et al., (1992), y Hiemnstra y Jones (1994), apuntan hacia una significativa dinámica lineal y no lineal entre los volúmenes transados y los retornos, y concluyen que es posible aprender mucho más estudiando el comportamiento conjunto de los precios (retornos) y el volumen. Blume et al., (1994), por su parte, examinan el contenido informacional del volumen en un contexto teórico. Estos autores muestran que el volumen rezagado puede ser útil para predecir movimientos de precios cuando los precios son ruidosos y los participantes del mercado no pueden obtener la señal completa de información únicamente de los precios. Su modelo es coherente con el extenso uso del análisis técnico en mercados financieros.

Lee y Rui (2000, 2001), siguiendo a Campbell et al. (1993), identifican empíricamente los componentes de los retornos y volúmenes transados debidos a transacciones informadas y no informadas, examinando si el componente debido a transacciones no informadas puede dar cuenta de la relación empírica entre volumen transado y la correlación serial de los retornos. Estos autores reportan evidencia de la relación entre volumen y correlación serial de los retornos, señalando que tal evidencia es coherente con predicciones teóricas de que los componentes no informativos pueden dar cuenta de un alto volumen de transacciones acompañado de una baja correlación serial en los retornos accionarios.

La evidencia empírica también muestra que las propiedades de las series de tiempo individuales para retornos y volúmenes transados se describen mejor utilizando modelos no lineales; en particular, que los datos de retornos con frecuencia revelan un fenómeno de *clustering* de volatilidad asociados con *shocks* grandes (pequeños) de cualquier signo que tienden a ser seguidos de grandes (pequeños) *shocks*.

La evidencia de no linealidad en retornos y volumen transado no se limita al caso de ambas series consideradas individualmente. Por ejemplo, al controlar por la persistencia de la volatilidad, modelando los retornos accionarios con un GARCH exponencial, Hiemstra

y Jones (1994) reportan evidencia de causalidad no lineal que va desde el volumen a los retornos. Silvapulle y Choi (1999) obtienen resultados similares para Corea del Sur, un mercado accionario emergente. A su vez, Campbell et al. (1993) encuentran una relación negativa entre las autocorrelaciones diarias de un índice accionario y el volumen transado; considerando la existencia de dos tipos de inversionistas en el mercado, inversionistas no informados y "market makers", estos autores encuentran que para estos últimos las reversiones en los retornos accionarios tienden a causar un incremento anormalmente grande en los volúmenes transados, a medida que los precios tienden a caer y a medida que se completa la reasignación de riesgo entre operadores heterogéneos. Por lo tanto, grandes volúmenes transados estarán asociados con correlaciones seriales negativas relativamente grandes en los retornos.

Saatcioglu y Starks (1998) examinan la relación precio-volumen en un grupo de mercados latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Venezuela), documentando una relación positiva entre el volumen y los precios —tanto el nivel como la magnitud de los cambios—, pero no encuentran evidencia sólida de que los cambios en los precios accionarios muevan los volúmenes, al contrario de la evidencia reportada para mercados desarrollados, pero concluyen que el grupo de economías emergentes, con diferentes instituciones y flujos de información en comparación con mercados más desarrollados, no presentan relaciones de adelanto-rezago similares a las reportadas en estudios para economías más avanzadas. Sarantis (2001), por su parte, encuentra que los modelos STAR son útiles para describir los ciclos asimétricos en las tasas de crecimiento de los precios accionarios en la mayoría de los países industrializados.

En una perspectiva diferente, Ané y Ureche-Rangau (2008) examinan el grado en que la dependencia temporal de la volatilidad y el volumen es compatible con la hipótesis de distribuciones mixtas, a través del análisis de las propiedades de memoria larga de transformaciones de potencia para ambas series. Sus resultados sugieren que la volatilidad y el volumen pueden compartir movimientos comunes de corto plazo, pero que su comportamiento de largo plazo es esencialmente diferente.

Con algunas pocas excepciones, la mayoría de los estudios más citados en la literatura se concentran en mercados financieros desarrollados. Existe, por tanto, una escasez de análisis más profundos para mercados emergentes. Algunas de estas excepciones son, por ejemplo, Silvapulle y Choi (1998), Pant (2002) y Ciner (2002). Silvapulle y Choi (1998) reportan la presencia de causalidad bidireccional, tanto lineal como no lineal, entre los retornos accionarios y los cambios en el volumen transado en el mercado coreano. Por el contrario, Pant (2002), usando datos para la India, no encuentra evidencia de causalidad bidireccional lineal o no lineal entre retornos y cambios en el volumen de transacciones, mientras que Ciner (2002) encuentra una causalidad bidireccional significativa entre los retornos diarios y los volúmenes transados en la bolsa de valores de Toronto, y señala que el poder predictivo del volumen para la variabilidad en los precios desaparece después que dicho mercado se automatiza de forma completa.

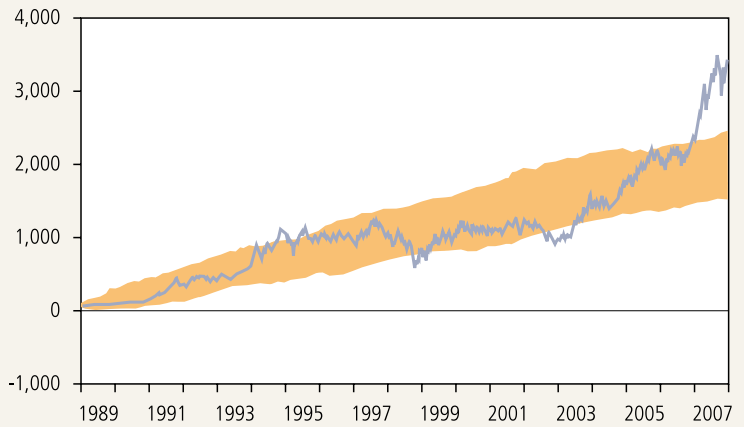
En el caso particular del mercado accionario chileno, la literatura sobre la relación entre retornos accionarios y volúmenes transados no es abundante, aunque tiende a sustentar la idea de posibles vínculos no lineales entre retornos accionarios y volúmenes transados. Véase, por ejemplo, Parisi y Acevedo (2001), Parisi y Vásquez (2000), Gregoire (1985), Saatcioglu y Starks (1998), Urrutia (1994), Romero-Meza et al. (2007), y Kamath (2008).

Parisi y Acevedo (2001), utilizando una variante de estrategias de transacción contraria, reportan diferencias significativas tanto en el signo como en la magnitud, en las autocovarianzas de los retornos de acciones ganadoras y acciones perdedoras; esto es, hay una clara asimetría, un efecto no lineal, en el comportamiento de acciones ganadoras y perdedoras y, por tanto, un efecto no lineal en las carteras de activos que las contienen. Esto se explicaría por la presencia de inversionistas institucionales y por la baja liquidez del mercado accionario chileno.

Gregoire (1985) concluye que el mercado accionario chileno se caracteriza por un lento ajuste a la nueva información, en comparación con mercados más desarrollados, siendo las causas la baja liquidez del mercado y la baja frecuencia de transacciones, factores que contribuyen a la existencia de patrones no lineales en los retornos. A su vez, Urrutia (1994)

GRÁFICO 1

Índice de Precios de Acciones y Simulaciones de Camino Aleatorio



Fuente: Elaboración propia en base a *Bloomberg*.

rechaza la hipótesis de camino aleatorio, mientras que Parisi y Vásquez (2000) proporcionan evidencia de las ventajas de recurrir al análisis técnico tradicional en el caso del mercado accionario chileno, pero al nivel de carteras de activos.

Más recientemente, Romero-Meza et al. (2007) (véase también, Bonilla et al., 2006, 2008), proporcionan evidencia de episodios de no linealidad en la serie de retornos para la Bolsa de Comercio de Santiago y de los factores políticos y económicos que estarían detrás de la no linealidad. Utilizando datos diarios para el Índice General de Precios de Acciones (IGPA), entre enero de 1990 y septiembre del 2002, y aplicando el contraste de Bicorrelación de Hinich (Hinich y Patterson, 1985; Hinich, 1996), identifican una serie de eventos políticos y económicos, como por ejemplo las dos guerras del Golfo Pérsico (1990 y 2001), cambios en aspectos regulatorios en el mercado cambiario, y cambios en la normativa de operaciones para las AFP, entre otros, que explican el porcentaje de ventanas de no linealidad durante el período analizado. Sin embargo, estos autores no exploran elementos de no linealidad en la relación entre los retornos accionarios y el volumen transado.

Kamath (2008) concluye que existe evidencia significativa de una relación contemporánea positiva entre volumen y retornos diarios para el período analizado (enero 2003–octubre 2006), lo que sugiere que los mercados al alza son acompañados por aumentos de volúmenes y viceversa. Más aun, la evidencia de una correlación positiva y significativa entre ambas variables sugeriría que los cambios de volúmenes transados producen los movimientos en el mercado accionario chileno, aunque tal relación sería asimétrica respecto de la dirección del mercado.

Con la excepción de Romero-Meza et al. (2007), la literatura para el mercado accionario chileno considera estructuras lineales para el contraste de hipótesis. Estos temas son abordados en las siguientes secciones.

III. Datos y Enfoque Econométrico

1. Datos y Evidencia Preliminar

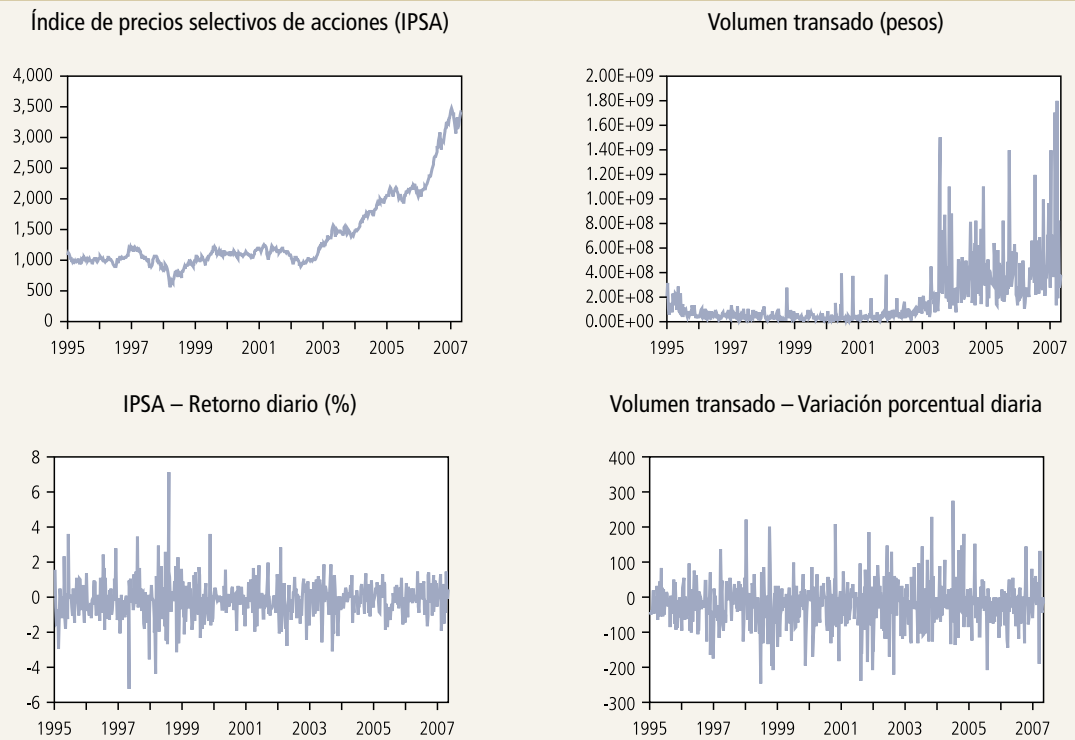
En un mercado eficiente, la trayectoria de los precios y retornos por período debiera ser impredecible, por lo que la HME implica que el valor esperado del precio de mañana, p_{t+1}, dada toda la información relevante hasta el presente incluida en el conjunto de información (Ω_t), debería ser igual al precio de hoy, p_t más posiblemente un componente de crecimiento determinístico (*drift*). Al contrastar la HME, el modelo más utilizado es $p_t = \mu + p_{t-1} + \varepsilon_t$, donde $\varepsilon_t^{iid} \sim D(0,\sigma^2)$ y D es alguna distribución. La hipótesis nula es que los retornos siguen un camino aleatorio con *drift* de la forma $\Delta p_t = \mu + \varepsilon_t$. Como propuesta preliminar nos podemos preguntar si el modelo de camino aleatorio es una caracterización apropiada del comportamiento actual de la Bolsa de Comercio de Santiago.[1] Se puede observar que el comportamiento de los retornos es interesante.

El gráfico 1 muestra el comportamiento efectivo del índice de precios accionarios para la muestra comprendida entre enero de 1989 y octubre del 2007, junto con trayectorias simuladas alternativas (100 simulaciones) para los precios a partir del modelo de camino aleatorio.[2] Como se puede observar

[1] *El índice utilizado es el Índice de Precios Selectivo de Acciones (IPSA). Este comprende, en una base anual, las 40 acciones más transadas en la Bolsa de Comercio de Santiago.*

GRÁFICO 2

Retornos y Volúmenes Transados
(niveles y primeras diferencias)



Fuente: Elaboración propia en base a *Bloomberg*.

preliminarmente, es discutible plantear si en el largo plazo el modelo de camino aleatorio es una buena aproximación para el comportamiento efectivo de los precios accionarios en Chile.

Tal como en muchas series económicas y financieras, se observa una tendencia de largo plazo positiva. Esto implica que el proceso generador de datos sobre el precio de las acciones podría ser caracterizado de mejor forma por un cambio de medias, lo que a su vez implica diferentes regímenes en la serie de tiempo. Esto es importante, porque los cambios de régimen son una de las fuentes de no linealidad en los procesos de series de tiempo.

Una transformación útil es considerar los retornos en vez de los precios, definidos estos como $r_{t+1} = (p_{t+1} - p_t)/p_t$, que puede aproximarse como:[3]

$$r_{t+1} = \ln(p_{t+1}) - \ln(p_t).$$

El gráfico 2 muestra las series de tiempo para el nivel y la primera diferencia tanto de los retornos como de los volúmenes transados, para todo el período muestral.

Podemos observar que ambas series parecen no lineales, siendo la heterocedasticidad una posible fuente de esta característica en los datos. Para ilustrar este punto, el cuadro 1 presenta algunos estadísticos descriptivos de ambas series.

Estos estadísticos reportan clara evidencia de un exceso de asimetría (*skewness*) y de apuntamiento

[2] *El proceso generador de datos para el camino aleatorio es* $p_t = 0.4 + p_{t-1} + \varepsilon_t$ *, con un valor inicial de 48.69 (valor del índice accionario al 2 de enero de 1989). Las innovaciones tienen una distribución normal con una desviación estándar de 3. Esta especificación muestra un mejor ajuste en la muestra.*

[3] *Esta transformación tiende a subestimar el verdadero valor de los retornos,* $\tilde{r}_{t+1}$. *De hecho, es posible mostrar que* $\tilde{r}_{t+1} = \ln[1 + (p_{t+1} - p_t)/p_t] = r_{t+1} - r_{t+1}^2/2$.

CUADRO 1

Estadísticas Descriptivas

Muestra: julio 1995 - octubre 2007	Nivel		Primeras diferencias	
	Índice IPSA	Volumen transado (en pesos)	Retorno IPSA (%)	Cambio en volumen transado
Media	1,408.7	2.20E+08	0.04	0.055
Mediana	1,125.3	86,536,764	0.00	0.00
Máximo	3,499.5	2.26E+09	8.40	342.10
Mínimo	554.7	3,224,875	-7.70	-282.70
Desviación estándar	627.5	2.95E+08	1.05	64.86
Sesgo	1.58	2.58	0.10	0.07
Curtosis	4.79	11.27	8.86	4.89
Jarque-Bera	1,767.75	12,718.66	4,602.15	481.63
Probabilidad	0.00	0.00	0.00	0.00
Número de observaciones	3,214	3,214	3,213	3,213

Fuente: Elaboración propia.

(curtosis) para ambas series. El test de Jarque-Bera permite rechazar la nula de normalidad para ambas variables a los niveles de significancia convencionales.

Para tener una mejor idea de la dispersión de los datos, el gráfico 3 muestra la distribución empírica de los mismos, la que luego es contrastada con una distribución normal.

El gráfico ilustra la naturaleza leptocúrtica de los retornos, y la existencia de al menos dos modas identificables. Una vez más, esto evidencia posibles no linealidades en los datos.

Una aproximación natural para la modelación de series de tiempo con modelos no lineales parece ser el definir diferentes estados de la naturaleza o regímenes, y luego permitir la posibilidad de que el comportamiento dinámico de las variables dependa del régimen en que se encuentra la economía en cualquier momento del tiempo. Sin embargo, surgen problemas para ello. Primero, existe un amplio y creciente número de modelos posibles, siendo dos las clases de modelos relevantes bajo este enfoque: la familia de los denominados modelos de transición suave (*Smooth Transition Regression*, STR), y los cada vez más populares modelos de cambio de régimen markoviano (*Markov Switching*), propuestos por Hamilton (1989).

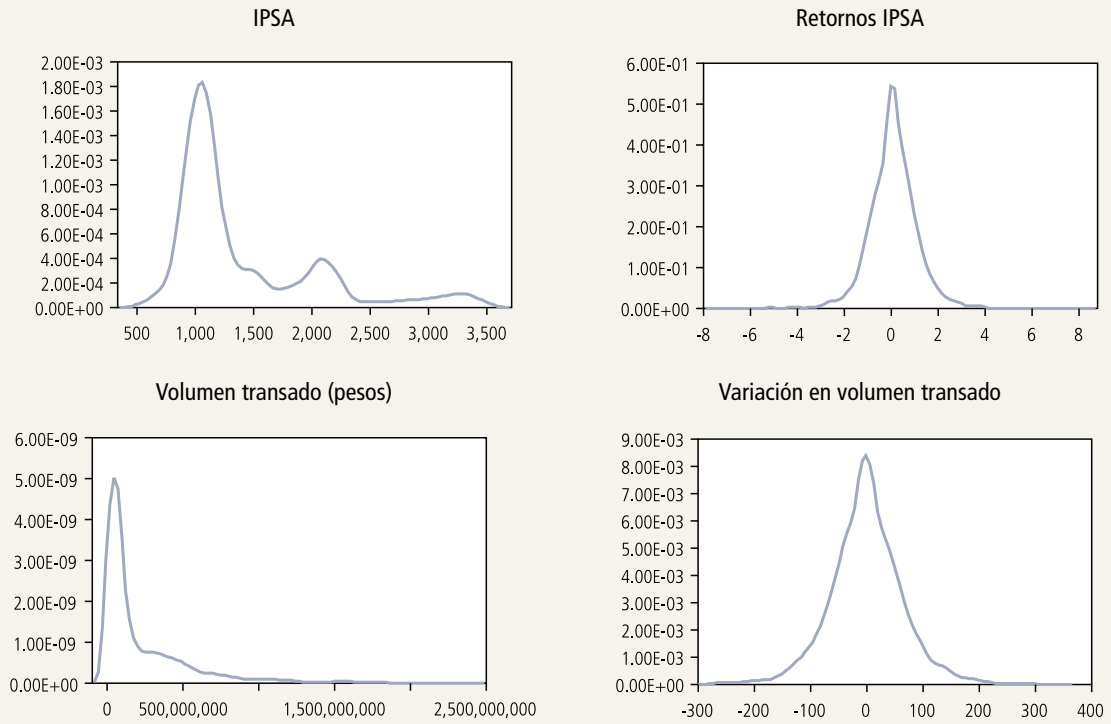
Por un lado, los modelos STR son una clase de modelos, en cuya forma reducida la transición entre los estados o regímenes se genera de manera endógena. Este tipo de modelos incorpora como casos especiales los modelos autorregresivos exponenciales (EAR); de umbral autorregresivo (TAR), y los modelos SETAR. Teräsvirta y Anderson (1992), Granger y Teräsvirta (1993) y Teräsvirta (1994), promueven estos modelos univariados denominado modelos autorregresivos de transición suave (*Smooth Transition Autoregressive*, STAR, los que pueden ser considerados como una combinación de modelos SETAR y EAR.

Por otro lado, en los modelos *Markov-Switching*, la transición entre regímenes se presume exógena, generada por una cadena markoviana, lo que implica que nunca se puede estar completamente seguro de que se está en un régimen particular en un punto particular del tiempo, sino que sólo es posible asignar probabilidades de ocurrencia de los diversos regímenes.

Una dificultad con los modelos *Markov-Switching* es que implican un cambio abrupto entre regímenes, por tanto, la existencia de un pequeño número

GRÁFICO 3

Distribuciones Empíricas
(IPSA y volúmenes transados)



Fuente: Elaboración propia.

(generalmente dos) de regímenes. Este supuesto podría ser restrictivo en comparación con los modelos STAR, los que pueden considerarse como modelos de cambio de régimen que admiten más de dos regímenes y en los que la transición de un régimen a otro es gradual o suave.

Una ventaja a favor de los modelos STAR radica en que los cambios en los agregados económicos son influenciados por cambios en el comportamiento de muchos agentes diferentes, siendo improbable que todos los agentes reaccionen en forma simultánea al mismo *shock* o a la misma señal. Por ejemplo, en los mercados financieros con un gran número de inversionistas, cada uno de ellos moviéndose en diferentes momentos —debido a objetivos y creencias heterogéneas— un modelo de transición suave podría ser más realista. Además, los modelos STAR son flexibles como para que los cambios abruptos surjan como un caso particular. En la siguiente subsección se presenta una breve descripción de la estructura de ambos tipos de modelos no lineales.

2. Modelo Autorregresivo de Transición Suave

El modelo Autorregresivo de Transición Suave (STAR) es una generalización de un sistema de dos regímenes, en el cual la transición de uno extremo a otro es suave. Este tipo de modelos se utiliza cuando la hipótesis de linealidad es rechazada para al menos una variable de transición. Así, este modelo vincula dos modelos lineales autorregresivos mediante una función de transición acotada, dando la posibilidad a diferentes funciones de transición que caracterizan diferentes propiedades dinámicas de los datos (van Dijk, 1999; van Dijk et al., 2000; Krolzig, 2002; Potter, 1999; y, Teräsvirta, 1994). La estructura general de este tipo de modelos es la siguiente:

$$y_t = \left[\alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i y_{t-i}\right] + \phi(y_{t-d}, \delta)\left[\beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i y_{t-i}\right] + \boldsymbol{u}_t, \quad (1)$$

donde u_t es una perturbación estocástica idéntica e independientemente distribuida con media cero y varianza constante (o, alternativamente, una secuencia martingala en diferencia[4]); $\phi(y_{t-d}, \delta)$ es la función de transición, que es continua y acotada entre 0 y 1. En este trabajo suponemos que la variable de transición es la variable endógena rezagada, y_{t-d} donde d es el parámetro de demora, cuyo valor es un entero positivo.

En la implementación empírica del modelo STAR, es necesario primero seleccionar el orden p de los procesos autorregresivos, y luego elegir d mediante un proceso de búsqueda, seleccionando aquel valor d que minimiza el valor p en un contraste de linealidad. Diferentes elecciones para la función de transición dan origen a dos diferentes tipos de modelos de cambio de régimen con transición suave: el modelo STAR logístico (LSTAR), en el que la función de transición es logística:

$$\phi(y_{t-d}, \delta) = \left\{1 + \exp[-\gamma(y_{t-d} - c)]\right\}^{-1}; \quad (2)$$

con $\gamma = 0$ donde $\delta = (y,c)'$, y el modelo STAR Exponencial (ESTAR), en el que la función de transición es exponencial:

$$\phi(y_{t-d}, \delta) = 1 - \exp\left[-\gamma(y_{t-d} - c)^2\right]. \quad (3)$$

En este caso, la variable de transición puede ser una variable exógena o una función (posiblemente no lineal) de variables endógenas rezagadas. También es posible incluir como variable de transición una tendencia temporal lineal (Lin y Teräsvirta, 1994).

Si se elige un modelo STAR logístico de orden p es posible que los volúmenes transados (o los retornos) altos y bajos tengan dinámicas algo distintas, pero el cambio de un régimen a otro será suave. Asimismo, los parámetros cambian monótonamente y la variable de transición se desvía de un punto fijo c que es el umbral entre los dos regímenes.

En el caso de un modelo STAR exponencial de orden p los volúmenes transados (o los retornos) se mueven más rápidamente entre valores muy pequeños y muy grandes, tal que la dinámica local sea estable. El parámetro γ determina el grado de suavidad de la transición entre un régimen y otro. En la literatura se proponen varias extensiones al modelo STAR básico, como por ejemplo modelos para vectores de series de tiempo, modelos con múltiples regímenes, o modelos con propiedades no lineales variables (véase van Dijk et al., 2000).

3. El Modelo MS-VAR

Dado que la discusión previa sugiere que tanto los retornos accionarios como el volumen debieran estar relacionados, en este trabajo también se estima un modelo de vectores autorregresivos con cambios de régimen markovianos (MS-VAR), propuesto por Hamilton (1989). El modelo MS-VAR proporciona una estructura flexible que admite la posibilidad de heterocedasticidad, saltos ocasionales, tendencias que se revierten y realización de pronósticos de una forma no lineal (detalles en Krolzig, 1998).

En la representación general del MS-VAR de orden p con M regímenes, todos los parámetros de la parte autorregresiva son condicionales al estado S_t de la cadena markoviana, siendo M el número de regímenes factibles, por lo que $S_t \in \{1,2,..., M\}$. Se supone que cada régimen tiene una representación $VAR(p)$ con parámetros $v(m)$, Σ_m, A_{1m}, A_{2m},..., A_{jm}, $m = 1,2,..., M$, tal que:

$$y_t = \begin{cases} v_1 + A_{11} y_{t-1} + ... + A_{p1} y_{t-p} + \Sigma_1^{1/2} u_t, \text{ si } s_t = 1, \\ \vdots \\ v_M + A_{1M} y_{t-1} + ... + A_{pM} y_{t-p} + \Sigma_M^{1/2} u_t, \text{ si } s_t = M; \end{cases} \quad (4)$$

donde $u_t \sim iidN(0, I_k)$.[5]

[4] *El supuesto de normalidad es necesario si los tests de especificación son derivados como contrastes tipo multiplicadores de Lagrange (LM); si éstos se interpretan como contrastes basados en regresiones artificiales, entonces es suficiente el supuesto de martingala en diferencias (Teräsvirta, 1994).*

[5] *Aun en esta etapa primaria surge una complicación si se considera la forma ajustada por la media. La densidad condicional para y_t depende no sólo de s_t sino también de s_{t-1},... , s_{t-p} es decir, se pueden distinguir M^{p+1} medias condicionales diferentes de y_t (véase Krolzig, 1998).*

La densidad condicional de la probabilidad de un vector observado de series de tiempo y_t está dada por:

$$p(y_t|Y_{t-1},s_t)=\begin{cases} f(y_t|Y_{t-1},\theta_1), & \text{si } s_t=1, \\ \vdots \\ f(y_t|Y_{t-1},\theta_M), & \text{si } s_t=M; \end{cases}$$

donde θ_M es el vector de parámetros del VAR en el régimen m, $m = 1,..., M$, y Y_{t-1} son las observaciones para el vector de variables.

IV. Resultados Empíricos

En esta sección, primero se enfrenta el problema de dependencia lineal o no lineal en los datos. A continuación se utilizan distintos modelos para capturar cualquier patrón no lineal detectado en los datos, siguiendo la sugerencia de Hiemstra y Jones (1994), quienes proporcionan evidencia empírica para argumentar que se puede aprender más de la dinámica de los mercados accionarios estudiando en conjunto la dinámica de los precios de los activos y de los volúmenes transados, en vez de concentrarse exclusivamente en la dinámica de cada uno de ellos por separado.

Como se señaló, las series de tiempo para los retornos accionarios y volúmenes transados muestran cierta no linealidad, así como también heterocedasticidad. Es importante analizar períodos en los que los procesos estocásticos univariados y bivariados que generan los precios de las acciones y los volúmenes transados, sean estacionarios. Debido a que los contrastes de causalidad son sensibles a no estacionariedades asociadas con cambios estructurales, y dado que existe cierta evidencia visual de no estacionariedad en ambas variables, primero realizamos contrastes de raíz unitaria y estacionariedad. Para ello aplicamos una batería de contrastes de raíz unitaria, incluyendo el contraste de Dickey-Fuller aumentado (ADF), el contraste de Phillips y Perron (PP), el contraste de Dickey-Fuller con GLS *detrending* (ADF-GLS), el contraste de Kwiatowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPPS), y el contraste de punto óptimo de Elliot, Rothemberg y Stock (ERS). La razón para utilizar este conjunto de contrastes es que los contrastes de raíz unitaria estándar tienen problemas de tamaño y poder, y también porque existen algunos problemas con el supuesto de no estacionariedad en vez de estacionariedad como la hipótesis nula para el contraste (Maddala y Kim, 1998). Los resultados se muestran en el cuadro 2.

Como se puede ver, los retornos y el cambio porcentual del volumen transado en el mercado accionario chileno son estacionarios a niveles de significancia convencionales. Por otro lado, al observar las primeras diferencias de los retornos y del volumen (gráfico 2), las grandes volatilidades presentes en ciertos períodos sugieren que las observaciones pueden no ser generadas por el mismo proceso generador en toda la muestra. Sin embargo, lo que en apariencia es un cambio estructural, también puede deberse a la presencia de no linealidades, la que puede modelarse con un modelo de parámetros constantes. Como la muestra incluye un gran número

CUADRO 2

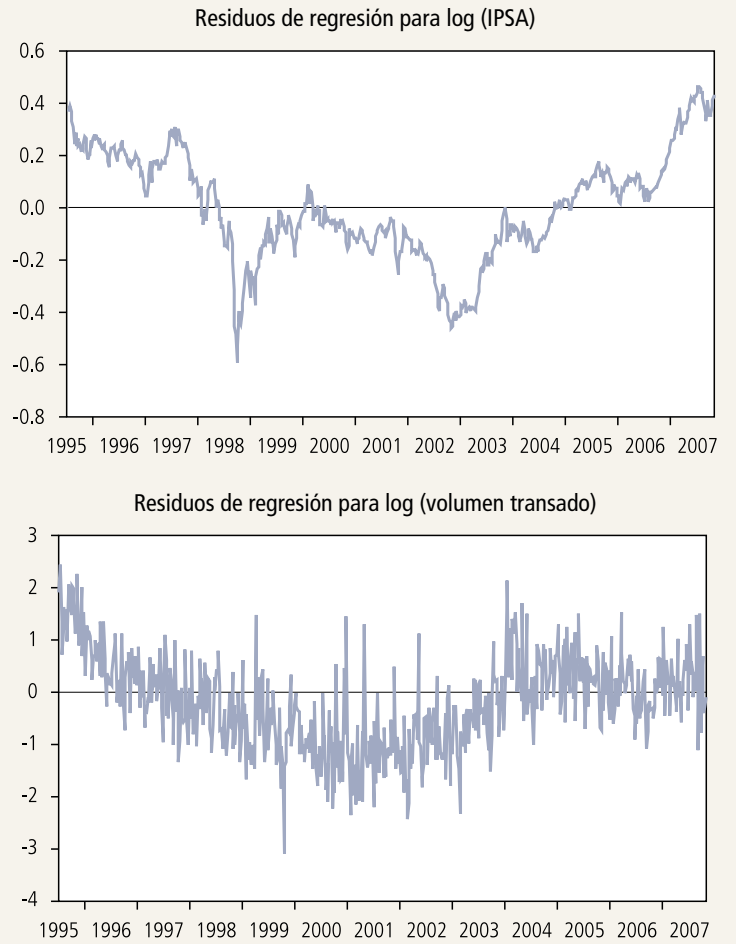
Contrastes de Raíces Unitarias

Hipótesis nula	Raíz unitaria				Estacionariedad
Estadístico	ADF	Phillips-Perron	ADF-GLS	ERS	KPSS
Retorno	-13.49	-46.93	-2.22	0.62	0.02
Variación del volumen transado	-82.97	-498.73	-82.98	0.07	0.06
Valores críticos					
1%	-3.96	3.96	-3.48	0.22	0.22
5%	-3.41	5.62	-2.89	0.15	0.15
10%	-3.13	6.89	-2.57	0.12	0.12

Fuente: Elaboración propia.

GRÁFICO 4

Residuos de un modelo de Regresión Lineal
(constante más tendencia)



Fuente: Elaboración propia.

de observaciones (alrededor de 3100), es razonable suponer que podríamos estar en presencia de cambios de régimen en los datos. Para motivar la posibilidad de modelación de diferentes regímenes, consideremos el gráfico 4, que muestra los residuos obtenidos de la estimación de un modelo lineal para el logaritmo de los retornos (y del volumen transado) contra una constante y una tendencia.

Se observa que los retornos y el volumen transado tienden a encontrarse por sobre o por debajo de una tendencia, y que los cambios en torno a esta tendencia son más bien abruptos. No obstante, si esperamos que los cambios en los parámetros del modelo hayan sido suaves, esto puede modelarse a través de un modelo STAR no lineal. Para determinar si los datos apoyan el hecho de que períodos con grandes movimientos de precios son también períodos con volúmenes transados más grandes que el promedio, y viceversa (Karpoff, 1987), el siguiente gráfico muestra los coeficientes de correlación móviles tanto para los retornos accionarios como para el volumen transado, en cuatro ventanas móviles distintas (7, 30, 90 y 360 días).

Como se puede observar en el gráfico, la evidencia sugiere una correlación contemporánea positiva entre retornos y volumen, con un coeficiente de correlación cercano a 0.11 para toda la muestra. La desviación estándar cambia de acuerdo con la frecuencia de los datos (0.42 para una frecuencia semanal y 0.05 para una frecuencia anual), al igual que en Gallant et al. (1993).

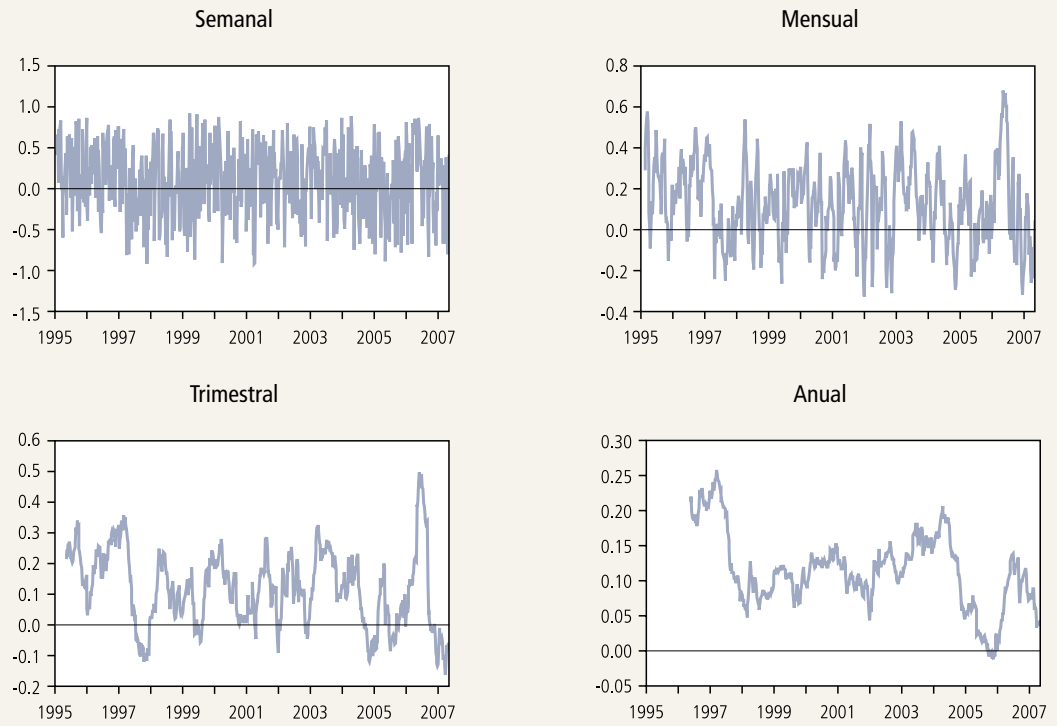
1. Contrastes de Causalidad Lineal y No Lineal

Para obtener mayor evidencia sobre no linealidades, se realiza un test de causalidad a la Granger entre el volumen transado y los retornos, donde Δy_t es la diferencia logarítmica para la variable de interés (retornos o volumen transado); Δy_t^2 es la diferencia logarítmica al cuadrado, y $|\Delta y_t|$ es la volatilidad de los retornos y del volumen, medida como el valor absoluto de la diferencia logarítmica. Un contraste de causalidad puede proporcionar información útil sobre si el conocimiento de los movimientos pasados en los retornos accionarios (en el volumen transado) mejora los pronósticos de corto plazo de los movimientos actuales y futuros del volumen transado (de los retornos) (Rashid, 2007).

Como se mencionó, los contrastes de estacionariedad proporcionan evidencia de que los retornos del índice accionario y el cambio porcentual del volumen transado en la Bolsa de Comercio de Santiago, son variables estacionarias en niveles para todo el período muestral, lo que permite aplicar el contraste de causalidad de Granger. Dado que los resultados

GRÁFICO 5

Correlaciones Móviles entre Retornos y Volumen Transado



Fuente: Elaboración propia.

de este contraste de causalidad son muy sensibles al orden del rezago elegido para las variables dependientes e independientes, el cuadro 3A reporta los rangos de los valores del estadístico valor *p* para distintos intervalos de rezagos.

Concentrándonos en el rechazo de la hipótesis nula de no causalidad a la Granger a un 5% de significancia, el contraste de causalidad lineal permite rechazar la hipótesis de que los retornos y retornos absolutos no causan en el sentido de Granger los cambios en el volumen transado para toda la muestra, pero no para la hipótesis de que el volumen transado no causa a la Granger los retornos y los retornos absolutos. Interpretamos esto como sugerencia de que no existe evidencia de causalidad bidireccional entre retornos y volumen.

El contraste de Granger tradicional es útil para examinar cualquier relación lineal en las variables, pero no es apto para explorar relaciones no lineales de causalidad entre variables. Dado que la evidencia reportada sugiere comportamientos no lineales en los datos, y siguiendo a Hiemstra y Jones (1994), utilizamos una versión modificada del contraste de causalidad no lineal de Granger propuesto por Baek y Brock (1992), con el fin de capturar interacciones no lineales entre retornos accionarios y el cambio porcentual en el volumen transado.[6] El cuadro 3B reporta los resultados de este contraste.

Como lo sugieren los resultados, existe evidencia de causalidad no lineal bidireccional entre los retornos accionarios y el cambio porcentual del volumen transado. Estos resultados son válidos para todos los rezagos comunes utilizados en el contraste. Ninguno de los estadísticos estandarizados es menor que 4.60, lo que constituye fuerte evidencia

[6] *Los códigos para la implementación del contraste de causalidad no lineal modificado de Baek y Brock fueron desarrollados en R, un software de libre acceso, y están disponibles a solicitud de los interesados.*

CUADRO 3

Contraste de Causalidad Lineal de Granger

A. Test lineal (rangos de valores *p*)			
Hipótesis nula (rezagos 1 a 4)	Δy_t	Δy_t^2	$\lvert\Delta y_t\rvert$
Retornos no causa a la granger a Volumen	(0.00-0.48)	(0.06-0.22)	(0.00-0.03)
Volumen no causa a la granger a Retorno	(0.75-0.98)	(0.15-0.55)	(0.00-0.26)
Hipótesis nula (rezagos 5 a 12)			
Retornos no causa a la granger a Volumen	(0.02-0.13)	(0.29-0.77)	(0.02-0.11)
Volumen no causa a la granger a Retorno	(0.25-0.98)	(0.52-0.96)	(0.29-0.61)
B. Test no lineal (rangos de estadísticos *F*)			
Hipótesis nula (rezagos 1 a 4)	Δy_t	Δy_t^2	$\lvert\Delta y_t\rvert$
Retornos no causa a la Granger a volumen	(2.78-6.11)	(1.60-2.71)	(-4.71-0.29)
Volumen no causa a la Granger a retorno	(-9.05-1.47)	(-9.60-1.06)	(2.16-8.84)
Hipótesis nula (rezagos 5 a 12)			
Retornos no causa a la Granger a volumen	(-5.54-4.93)	(-5.40-4.82)	(-4.41-9.44)
Volumen no causa a la Granger a retorno	(-5.32-5.03)	(-2.81-2.99)	(-4.12-0.67)

Fuente: Elaboración propia.
Nota: Rango de estadísticos-*F* entre paréntesis.

estadística a favor de causalidad no lineal en ambas direcciones. Estos resultados nuevamente sugieren que un enfoque de modelación no lineal puede ser útil para describir el comportamiento de los retornos y del volumen transado.

Esto es muy importante, ya que la evidencia de no linealidad tiene fuertes implicaciones para la hipótesis de mercados eficientes, dado que implica que los retornos accionarios son potencialmente predecibles. Por ejemplo, si los inversionistas pudieran operar de manera rentable una regla de transacciones, neta de todos los costos de transacción, que explotara alguna suerte de patrón no lineal en los datos, esto iría en contra de la hipótesis de mercados eficientes, que postula que incluso combinaciones no lineales de precios pasados no son predictores útiles de los precios futuros (Brooks, 1996; Brooks y Hinich, 1999; McMillan y Speight, 2001).

Si bien la literatura no es muy explícita en este aspecto, hay ciertas características particulares del mercado accionario chileno y, en general, de los mercados accionarios menos desarrollados, que pueden contribuir a explicar esta evidencia de no linealidad y causalidad bidireccional. Por ejemplo, la baja liquidez del mercado y la consecuente relevancia del volumen en la transmisión de información, la baja frecuencia de las transacciones, la existencia de inversionistas institucionales restringidos en sus operaciones, factores macroeconómicos como los vinculados a la conducción de la política monetaria y a aspectos tributarios, factores externos, políticos y económicos, que se transmiten hacia un mercado fuertemente integrado, entre otros, son todos factores que pueden contribuir a una explicación de los resultados encontrados.

2. Contraste de Linealidad contra Modelos TAR y STAR

Habiendo reportado evidencia de causalidad no lineal que va en ambas direcciones, el siguiente paso es modelar el comportamiento de ambas series usando modelos no lineales. Dado que estos modelos se basan en estructuras autorregresivas, el primer problema que enfrentamos en la búsqueda

CUADRO 4

Mejor Especificación Lineal

Muestra: julio 1995 - octubre 2007	Retorno del IPSA	Primera diferencia de volumen transado
Constante	0.00 (1.48)	0.00 (0.20)
Rezago 1	0.19 (7.78)	-0.60 (28.45)
Rezago 2	0.01 (0.50)	-0.50 (22.18)
Rezago 3	-0.01 (0.41)	-0.44 (17.81)
Rezago 4	0.02 (0.66)	-0.37 (14.16)
Rezago 5	0.06 (2.17)	-0.27 (10.80)
Rezago 6	0.02 (0.62)	-0.24 (9.95)
Rezago 7	-0.06 (1.90)	-0.19 (8.74)
Rezago 8	-	-0.17 (8.66)
Rezago 9	-	-0.11 (6.29)
R^2 ajustado	0.04	0.28
Criterio de información Hannan-Quinn	-6.32	1.64
N° de observaciones	3206	3204

Fuente: Elaboración de los autores.
Nota: Test *t* entre paréntesis.

de la especificación econométrica apropiada, es seleccionar la estructura de rezagos adecuada; este no es un ejercicio simple cuando se consideran modelos no lineales.

Una aproximación habitual es comenzar estimando un modelo AR(p), suponiendo que el orden del rezago p seleccionado es el mismo en ambos regímenes en el modelo no lineal. En consecuencia, ajustamos un modelo AR(p) a ambas variables. El cuadro 4 muestra las mejores especificaciones AR(p) para diferentes rezagos. El orden del rezago fue seleccionado a través del criterio de información de Hannan-Quinn.

El cuadro 5 reporta algunos estadísticos de diagnóstico para ambos modelos estimados.

Como se puede ver, existe evidencia estadística de que los residuos no son ruido blanco, y que éstos, además, se caracterizan por *skewness* y curtosis. Ambas hipótesis nulas son rechazadas al 1%. Un exceso sustancial de curtosis y una moderada asimetría negativa (positiva) en la distribución de los residuos, sugieren la presencia de *outliers* negativos (positivos) en la serie de volúmenes transados.

Para capturar dinámicas no lineales, los modelos autorregresivos con umbral (TAR), permiten que los parámetros cambien según el valor de una variable de umbral débilmente exógena. Siguiendo a Tsay (1989) y Hansen (1997), introducimos ahora dos enfoques para contrastar por la existencia de un umbral de no linealidad y para estimar los parámetros desconocidos en los modelos asociados. El contraste de no linealidad de Tsay se centra en el uso de una autorregresión ordenada con una estimación por mínimos cuadrados recursivos, mientras que el contraste Sup-LR de Hansen tiene la ventaja de que el umbral puede estimarse de manera simultánea con los otros parámetros del modelo, lo que hace posible la construcción de intervalos de confianza válidos para el umbral estimado. Los resultados de ambos contrastes para retornos y volumen se muestran en los cuadros 6 y 7, respectivamente.

Utilizando el contraste de Tsay, la hipótesis nula de que no existe umbral de no linealidad es rechazada para ambos modelos AR lineales, para demoras de 1 a 5. Como un enfoque práctico, Tsay sugiere escoger el parámetro de demora que maximice

CUADRO 5

Diagnóstico de los Modelos

	Residuos del modelo AR(*p*) para retorno	Residuos del modelo AR(*p*) para volumen transado
Media	4.60E-06	-1.80E-18
Mediana	-0.00016	-0.032
Máximo	0.083	3.376
Mínimo	-0.070	-2.583
Desviación estándar	0.010	0.547
Sesgo	0.204	0.49802
Curtosis	8.220	5.040744
Jarque-Bera	3,660.31	688.4236
Probabilidad	0	0
Suma	0.015	-2.89E-15
Suma cuadrado desviaciones	0.334	958.48
N° de observaciones	3,204	3,204

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 6

Contraste de No Linealidad de Tsay

	Retorno		Volumen transado	
	Tsay estad. *F*	Valor *p*	Tsay estad. *F*	Valor *p*
$d = 1$	5.71	0.00	9.98	0.00
$d = 2$	3.29	0.001	4.65	0.00
$d = 3$	1.80	0.07	2.63	0.003
$d = 4$	7.03	0.00	1.87	0.05
$d = 5$	4.96	0.00	1.69	0.08
$d = 6$	4.72	0.00	1.05	0.40
$d = 7$	4.37	0.00	2.31	0.01
$d = 8$	-	-	0.95	0.49
$d = 9$	-	-	0.20	1.00

Fuente: Elaboración propia.

el estadístico F (esto es, $d = \arg\max F(\cdot)$). Para ambas variables, los resultados indican que un d=1 es apropiado. Por otro lado, usando el contraste de Hansen (cuadro 7), la hipótesis nula de no umbral de no linealidad es rechazada tanto para los retornos como para el volumen transado, con un valor umbral de 0.83% y −47.09%, respectivamente.

La pregunta más importante que es necesario responder al considerar modelos de cambios de régimen, es si la consideración de un régimen adicional a un único régimen en un modelo AR lineal contribuye significativamente a explicar el comportamiento dinámico para la serie de tiempo (Franses y van Dijk, 2000). Una aproximación natural es considerar el

modelo lineal como la hipótesis nula y el modelo de cambio de régimen como la hipótesis alternativa. Sin embargo, cualquier contraste estadístico que considere como hipótesis alternativa un modelo de cambio de régimen sufre del problema de parámetro no identificado (*nuisance parameter*) bajo la nula, como ocurre en el caso del modelo STAR. Esto implica que el contraste estadístico no tiene una distribución asintótica estándar. Sin embargo, Luukonnenet al. (1988) demuestran que aun se puede aplicar la teoría de distribución convencional en el caso de un modelo no lineal, sugiriendo aproximar la función de transición $\Phi(y_{t-d},\delta)$ mediante una aproximación de Taylor en torno a γ=0 para obtener una regresión auxiliar que es entonces utilizada para contrastar la nula.[7] Además, también se implementa el contraste de no linealidad de Granger y Teräsvirta (1993), el que es robusto a errores heterocedásticos.

Suponiendo que los errores son homocedásticos, los resultados reportados indican que la hipótesis nula de umbral de no linealidad suave es rechazada a niveles de significancia convencionales para ambas series. No obstante, cuando se permite la posibilidad de errores heterocedásticos, fenómeno común en muchas series de tiempo financieras, el procedimiento de Granger y Teräsvirta muestra que podemos rechazar la nula sólo para la serie de volúmenes transados, lo que no queda tan claro en el caso de la serie de retornos. Interpretamos esta evidencia como favoreciendo un tipo de especificación STAR. Asimismo, implementamos un contraste ARCH para heterocedasticidad condicional autorregresiva en los residuos (Engle, 1982).[8] Dado que la hipótesis de residuos no ARCH es también rechazada al 1% de significancia, esto nos lleva a suponer una varianza condicional no constante en el proceso de los errores; es más, esto también puede ser una señal de media condicional no lineal (Teräsvirta, 1994; van Dijk, 1999).

CUADRO 7

Contraste Sup-LR de Hansen para No Linealidad

	Retorno	Volumen transado
Umbral	0.83	-47.09
Test *F* - sin umbral	48.71	101.00
Valor p (*bootstrap*)	0.00	0.00
Porcentaje de corte	0.10	0.10
Repeticiones *bootstrap*	1,000	1,000

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 8

Contrastes de No Linealidad Modelo STAR

	Retorno		Volumen transado	
Test	Test LLST	Test GT	Test LLST	Test GT
Rezago 1	0.00	0.13	0.00	0.00
Rezago 2	0.00	0.64	0.00	0.03
Rezago 3	0.00	0.71	0.00	0.04
Rezago 4	0.00	0.46	0.00	0.12
Rezago 5	0.00	0.04	0.02	0.07
Rezago 6	0.00	0.49	0.02	0.59
Rezago 7	0.00	0.48	0.02	0.09
Rezago 8	-	-	0.07	0.12
Rezago 9	-	-	0.94	0.70

Fuente: Elaboración propia
LLST: Luukkonen, Saikkonen y Teräsvirta (1998)
GT: Granger y Teräsvirta (1993)
Hipótesis nula para test LLST y GT: No linealidad no suave

3. Estimación de Modelos LSTAR y ESTAR

Después de contrastar por comportamientos no lineales en las series de tiempo y habiendo rechazado un modelo lineal a favor de un modelo STAR no

[7] *El contraste de Luukkonen et al. (1998) es un contraste de multiplicadores de Lagrange (LM) típico, con una distribución asintótica χ^2. Véase Franses y van Dijk (2000) y Zivot y Wang (2006), capítulo 18.*

[8] *Esta especificación heterocedástica particular fue motivada por la observación de que, en muchas series de tiempo financieras, la magnitud de los residuos parece estar relacionada con residuos más recientes. La presencia de residuos ARCH no invalida la inferencia mínimo cuadrática estándar. Sin embargo, ignorar la presencia de efectos ARCH puede resultar en pérdida de eficiencia. En ambos casos, el valor p es igual a cero.*

CUADRO 9

Coeficientes para los Modelos LSTAR y ESTAR

Retorno	Rezagos	Variable transición	Transición LSTAR		Transición ESTAR	
			γ	Umbral c	γ	Umbral c
Modelo A	7	y_{t-1}	0.15	2.46	3.26	-1.06
Modelo B	26	y_{t-10}	0.27	-1.69	-3.20	0.12
Modelo C	26	y_{t-17}	0.26	-2.41	-18.76	0.43
Volumen transado						
Modelo A	9	y_{t-1}	1.21	-104.75	-3.18	83.31
Modelo B	9	y_{t-2}	0.71	-91.50	-3.39	53.75
Modelo C	9	y_{t-4}	5.61	117.80	-4.50	-35.19

Fuente: Elaboración propia.

lineal, procedemos ahora con la especificación y estimación de modelos STAR univariados para ambas series.[9] En la selección de los modelos hemos seguido una aproximación secuencial basada en la variable de transición considerada y con diferentes especificaciones para la función de transición (condicional a la variable de transición) y las variables incluidas en las partes lineales y no lineales del modelo STAR. Es decir, primero especificamos un modelo AR lineal de orden p para la serie de tiempo analiza. A continuación contrastamos la hipótesis nula de linealidad contra la alternativa de no linealidad STAR. Si se rechaza la linealidad, se selecciona la variable de transición apropiada. Luego se estiman los parámetros y se evalúa el modelo STAR seleccionado. Finalmente, se modifica el modelo, si es necesario. Dado que el parámetro γ determina la suavidad de la transición entre regímenes, un alto valor de este parámetro es una indicación clara de cambios abruptos entre regímenes, y debiera también ser una fuente importante de información sobre las propiedades de los modelos. Los resultados de la estimación de los modelos STAR se presentan en el cuadro 9, para diferentes valores de la variable de transición.

Como se puede observar (cuadro 9), la estimación del STAR, la estimación de la especificación STAR Logística para los retornos muestra que en el modelo A, con siete rezagos para la variable dependiente e y_{t-1} como variable de transición, la transición es suave en torno a un umbral de 2.45%. En el modelo B, con 26 rezagos para la variable dependiente e y_{t-10} como variable de transición, los resultados sugieren una transición más rápida entre los dos estados, con un umbral de -1.6%, mientras en el modelo C la transición entre regímenes es similar a la del modelo B pero con un valor más cercano a -2.4%. Cuando la función de transición es exponencial, los valores para los umbrales son menos fluctuantes, moviéndose en el rango de -1.06% a 0.42%, y con una fuerte transición en el caso del modelo A ($\tilde{\gamma} = 3.26$).[10]

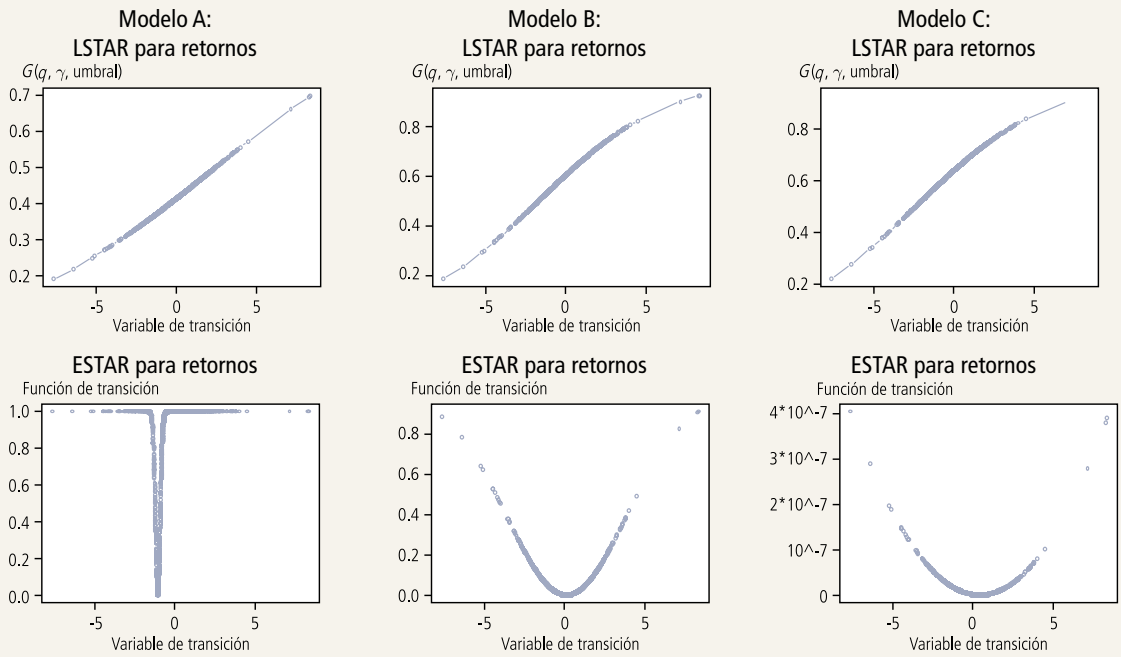
En el caso del volumen transado, los resultados muestran una fuerte concordancia respecto de los rezagos óptimos para la variable dependiente en los tres modelos (nueve rezagos), con diferentes funciones de transición (y_{t-1}, y_{t-2} e y_{t-4}, respectivamente). En este caso, los umbrales de transición son altamente variables, fluctuando entre -104% a 117% para el modelo LSTAR, y entre -35% a 83% para el modelo ESTAR. Todos los coeficientes son estadísticamente significativos a niveles convencionales. Los gráficos 6A y 6B muestran las funciones de transición versus las variables de transición para los retornos y el

[9] *Los modelos STAR fueron estimados con el software Ox (véase www.doornik.com) y Finmetrics, un módulo de S-Plus.*

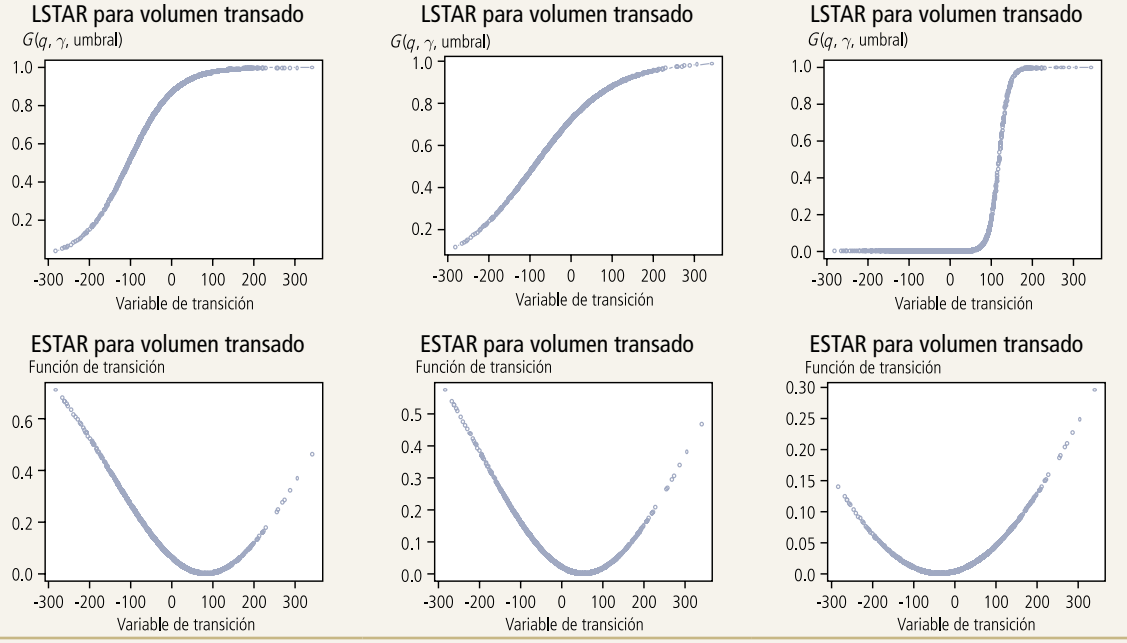
[10] *El nuevo parámetro $\tilde{\gamma}$ puede transformarse al γ original utilizando la expresión $\gamma = \exp(\tilde{\gamma})/\sigma_z^2$, donde σ_z^2 es la varianza muestral de la variable de transición z_t. Esta transformación tiene propiedades numéricas: está libre de escala de medida; el nuevo parámetro se encuentra comprendido en el intervalo $(-\infty,+\infty)$ y no está restringido, y es una función lineal del logaritmo de γ, que es más amortiguada que γ.*

GRÁFICO 6

Estimaciones LSTAR y ESTAR para Retornos
(función de transición versus variable umbral)



Estimaciones LSTAR y ESTAR para Volumen Transado
(función de transición versus variable umbral)



Fuente: Elaboración propia.

volumen transado, para cada una de las tres variables de transición alternativas y para cada función de transición (logística o exponencial) usada en el modelo STAR.

La información proporcionada por la estimación de los modelos STAR es importante para nuestros propósitos, dado que proporcionan un fuerte apoyo a la existencia de no linealidades significativas tanto en los retornos como en el volumen transado. Ciertamente, existen diversas formas de modelar no linealidades (por ejemplo, los modelos TAR (SETAR), STAR, G(ARCH) y cadenas markovianas, aparte de las familias completas de modelos que se derivan de ellos), pero en este artículo consideramos el modelo STAR por razones prácticas. Primero, como modelos univariados estos pueden ser útiles para realizar pronósticos de corto plazo con datos de alta frecuencia, sin requerir de más información o de supuestos adicionales que incrementarían la complejidad del análisis. Segundo, reconociendo las ventajas de las aproximaciones bivariadas o multivariadas en la modelación de la fuente de no linealidad en los datos, esto no se encuentra dentro de los objetivos del presente artículo. Para lograr tal modelación necesitaríamos observar no solo los factores idiosincrásicos subyacentes en el comportamiento de las variables, sino también factores más globales o agregados, dada la sólida evidencia de co-movimientos en los mercados financieros (véase, por ejemplo, Brooks y Del Negro, 2003; Pindyck y Rotemberg, 1990); además, y para capturar adecuadamente la dinámica de los retornos y del volumen transado con un modelo que incorpore factores adicionales, necesitaríamos utilizar datos de menor frecuencia. Tercero, una modelación con datos de alta frecuencia es de interés para tanto operadores como analistas del mercado financiero, los que periódicamente siguen el comportamiento del mercado accionario chileno, dado que una modelación de este tipo proporciona información sobre los valores umbral y especificaciones particulares para ambas variables.

4. Estimación del Modelo MS-VAR

Con el propósito de capturar la causalidad bidireccional detectada con los contrastes de causalidad no lineal, se procede a estimar un modelo autorregresivo *Markov Switching* de primer orden para los retornos y el volumen de transacciones. El modelo MS-VAR admite una gran variedad de especificaciones (Krolzig, 1998); dado ello, se estiman tres modelos diferentes: (1) el modelo *MS-Mean Variance*, $y_t = \mu(s_t) + u_t$ (2) el modelo MS-VAR(p) general, $y_t = \beta(s_t)x_t + u_t$; y (3), el modelo *MS-Switch Intercept*, $y_t = \mu(s_t) + \beta(s_t)x_t + u_t$. El cuadro 10 muestra los resultados de las estimaciones de los nueve modelos, con diferentes características sobre si hay un cambio (o no) en la varianza y/o en los supuestos sobre la varianza (heterocedasticidad). Como se puede ver, el modelo M3 es el mejor, de acuerdo a los criterios de información BIC y HQ. La nula de normalidad en los residuos es fuertemente rechazada para los modelos M2, M4, M6, M7, M8 y M9, pero no en el caso del modelo M3. El gráfico 7 muestra la evolución de los retornos y de las probabilidades filtradas y suavizadas, junto con los residuos de la ecuación para ambas variables (retornos del índice accionario y volumen de transacciones), durante el año 2007, para el caso del modelo M3.

Para los nueve modelos MS-VAR estimados, los resultados muestran que para el año 2007 los procesos pueden caracterizarse por cuatro etapas claramente identificables para ambas variables. Estos modelos consideran dos regímenes (alto y bajo) que son coherentes con el ciclo positivo, desplegando un amplio rango de acciones comunes durante ese año en el mercado accionario chileno. Nuestros resultados implican que, al modelar conjuntamente la dinámica tanto de los retornos del índice accionario como de los volúmenes transados, es posible capturar la retroalimentación entre ambas variables, tal como sugieren los contrastes de causalidad no lineal. Esta es una nueva evidencia a favor de un enfoque de modelación no lineal para el mercado accionario chileno.

Como se señaló antes, la presencia de no linealidades es un tema clave en el contraste empírico de la Hipótesis de Mercados Eficientes, según la cual los retornos y el volumen no debieran estar relacionados. Sin embargo, los patrones no lineales reportados en este trabajo son un claro indicador de que los procedimientos de contraste utilizados previamente (véase, por ejemplo, Solórzano, 1998;

CUADRO 10

Resultados de la Estimación MS-VAR

Modelos	Criterios de información		Test de normalidad P-value
	BIC	HQ	
M1 = Modelo Media Varianza	-0.36	-0.40	0.98
M2 = Modelo Media Varianza (cambio en varianza)	0.20	-0.02	0.00
M3 = Modelo General VAR(p)	-0.81	-0.84	0.51
M4 = Modelo General VAR(p) (cambio en varianza)	-0.16	-0.20	0.00
M5 = Modelo Cambio en intercepto	-0.79	-0.83	0.16
M6 = Modelo Cambio en intercepto (cambio en varianza)	-0.14	-0.18	0.00
M7 = Modelo Media Varianza (cambio en varianza y heterocedasticidad)	0.02	-0.02	0.00
M8 = Modelo General VAR(p) (cambio en varianza y heterocedasticidad)	-0.16	-0.19	0.00
M9 = Modelo Cambio en intercepto (cambio en varianza y heterocedasticidad)	-0.14	-0.17	0.00

Fuente: Elaboración propia.

Parisi y Acevedo, 2001; Marshall y Walker, 2002; Zúñiga, 1993) sufren de serios problemas de errores de especificación, al basarse en forma exclusiva en modelos lineales.

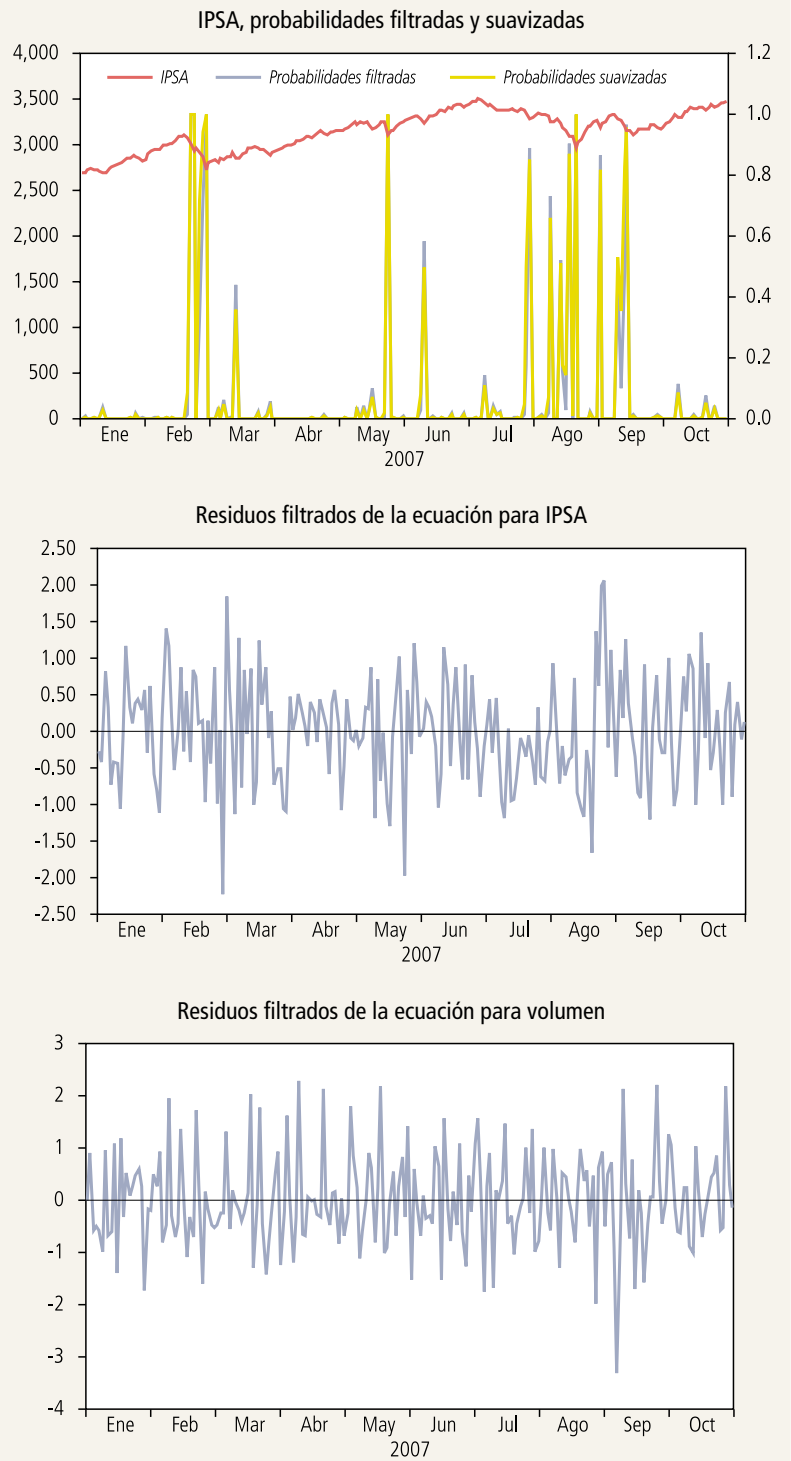
V. Conclusiones

En este artículo se ha examinado la relación entre un índice de retornos accionarios y el volumen transado, para una economía emergente. Utilizando datos diarios de la Bolsa de Comercio de Santiago, el mercado accionario chileno, primero analizamos el tema de estacionariedad en las series de retornos del índice accionario y volúmenes transados, así como el de causalidad lineal entre ambas variables. Los resultados de este contraste de causalidad lineal muestran que ni los retornos ni el volumen tienen poder predictivo para el otro. Sin embargo, y debido a que las distribuciones de las series de retornos y volumen proporcionan alguna evidencia de dependencias no lineales, se contrasta formalmente por, y se encuentra evidencia significativa de, la existencia de no linealidades en las series de retornos y volumen. Además, nuestros resultados muestran evidencia de causalidad no lineal bidireccional entre ambas variables. Debido a ello, se estiman modelos no lineales univariados como multivariados con el fin de capturar estas no linealidades. Hasta donde tenemos conocimiento, esta es la primera vez que estos temas son abordados conjuntamente para el mercado accionario chileno.

Los resultados de los contrastes de causalidad reportados son coherentes con las predicciones de más de una de las explicaciones alternativas para la presencia de una relación de causalidad entre los retornos accionarios y los volúmenes transados. Por ejemplo, la causalidad que va desde el volumen a los retornos es coherente con los modelos de llegada secuencial de información y con el modelo de distribuciones mixtas. Por otro lado, el modelo de *noise trading* implica una relación de causalidad significativa desde retornos a volumen.

GRÁFICO 7

IPSA, Probabilidades Filtradas y Suavizadas, y Residuos del Modelo 3



Fuente: Elaboración propia a partir de modelos estimados.

La evidencia reportada en este artículo, de una relación causal no lineal significativa entre las variaciones de precios y el volumen de transacciones, es de interés para las instituciones reguladoras, en la medida en que ellos deciden respecto de la efectividad o lo apropiado de las restricciones en el mercado. Los resultados también tienen implicancias prácticas para los operadores y analistas del mercado financiero, ya que una fuerte relación no lineal de causalidad entre el retorno del índice accionario y el volumen de transacciones implica que el conocimiento del volumen actual de transacciones mejora la habilidad para proyectar futuros retornos. Este mejoramiento en la predictibilidad de corto plazo debiera conducir a la construcción de razones de cobertura más precisas, así como mejoras en las estrategias de inversión.

En términos de las implicancias para la Hipótesis de Mercados Eficientes, el hecho de que el volumen de transacciones rezagado contenga información útil para predecir los retornos en el mercado accionario, puede implicar un alto grado de ineficiencia en el mercado accionario chileno. Tal ineficiencia puede ser el resultado de una suerte de consenso entre los operadores del mercado, en términos de condicionar sus precios a los patrones de transacción de otros operadores o al volumen transado del día anterior, caso en el cual el volumen de transacción sería la medida de consenso.

De un modo general, los resultados encontrados permiten concluir que el mercado accionario local es un sistema dinámico altamente no lineal, que puede ser afectado por una diversidad de factores, como por ejemplo las tasas de interés, la inflación, el entorno económico, factores políticos, etc., todos ellos destacados previamente por Romero-Meza et al. (2007) en un contexto univariado. Un estudio más profundo de la

evidencia requiere, entonces, analizar si los cambios de régimen que capturan los modelos lineales están relacionados con eventos asociados exclusivamente con el mercado accionario o pueden ser explicados por eventos económicos, sociales o políticos. Incluir otro tipo de variables como umbrales alternativos en la modelación conjunta de la distribución de los retornos y de los volúmenes transados, a través de modelos no lineales multivariados, permitiría analizar, por ejemplo, cualquier influencia potencial de factores macroeconómicos y financieros específicos en la explicación de la dinámica conjunta no lineal de retornos y volumen transado, para así contrastar adecuadamente por la eficiencia del mercado. Dado que las variables macroeconómicas no están disponibles a frecuencias más altas, el análisis deberá realizarse utilizando datos de menor frecuencia. Esta línea de trabajo será explorada en un próximo artículo.

Un camino complementario consiste en analizar las relaciones de causalidad lineal y no lineal para el caso particular de las acciones de mayor presencia bursátil, para determinar si las conclusiones alcanzadas en este artículo son robustas cuando no se consideran acciones de baja liquidez. Considerando la amplia variedad de factores que pueden dar lugar a patrones no lineales en la relación entre retornos y volúmenes transados, es imposible plantear a priori, sin la necesaria investigación empírica, si esta hipótesis complementaria es rechazada en el mercado accionario chileno.

Finalmente, si bien la alternativa de modelación conjunta esbozada en este artículo es una de las más utilizadas en trabajos empíricos, es preciso señalar que existen otras técnicas de modelación y análisis empírico, como el enfoque de cópulas, que son factibles de explorar en un trabajo futuro.

Referencias

Admati, A.R. y P. Pfeiderer (1988). "A Theory of Intraday Patterns: Volume and Price Variability." *Review of Financial Studies* 1(1): 3–40.

Ané, T. y L. Ureche-Rangau (2008). "Does Trading Volume Really Explain Stock Returns Volatility?" *International Financial Markets, Institutions, and Money* 18: 216–35.

Baek, E. y W. Brock (1992). "A General Test for Nonlinear Granger Causality: Bivariate Model." Working Paper, Iowa State University and University of Wisconsin, Madison.

Blume, L., D. Easley y M. O'Hara (1994). "Market Statistics and Technical Analysis: The Role of Volume." *Journal of Finance* 49(1): 153–81 (marzo).

Bonilla, C.A., C.P. Maquieira y R. Romero-Meza (2008). "Nonlinear Behavior of Emerging Market Bonds Spreads: The Latin American Case." *Applied Economics* 40: 2697–702.

Bonilla, C.A., R. Romero-Meza y M.J. Hinich (2006). "Episodic Nonlinearity in Latin American Stock Market Indices." *Applied Economics Letters* 13: 195–9.

Bradley, M.D. y D.W. Jansen (2004). "Forecasting with a Nonlinear Dynamic Model of Stock Returns and Industrial Production." *International Journal of Forecasting* 20: 321–42.

Brooks, C. (1996). "Testing for Nonlinearity in Daily Sterling Exchange Rates." *Applied Financial Economics* 6: 307–17.

Brooks, C. y M.J Hinich (1999). "Cross-Correlations and Cross-Bicorrelations in Sterling Exchange Rates." *Journal of Empirical Finance* 6(4): 385–404.

Brooks, R. y M. Del Negro (2003). "Firm-Level Evidence on International Stock Market Comovement." IMF Working Paper N°03/55. Disponible en SSRN: http://ssrn.com/abstract=879130.

Campbell, J.Y., S.J. Grossman y J. Wang (1993). "Trading Volume and Serial Correlation in Stock Returns." *Quarterly Journal of Economics* 108: 905–39.

Chordia, T. y B. Swaminathan (2000). "Trading Volume and Cross-Autocorrelation in Stock Returns." *Journal of Finance* 55(2): 915–35.

Ciner, C. (2002). "The Stock Price-Volume Linkage on the Toronto Stock Exchange: Before and After Automatization." *Review of Quantitative Finance and Accounting* 19(4): 335–49.

Clark, P.K. (1973). "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices." *Econometrica* 41(1): 135–55.

Copeland, T.E. (1976). "A Model of Asset Trading under the Assumption of Sequential Information Arrival." *Journal of Finance* 31: 1149–68.

De Long, J.B., A. Shleifer, L.H. Summer y R.J. Waldman (1990). "Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation." *Journal of Finance* 45(2): 379–95.

Epps, T.W. y M.L. Epps (1976). "The Stochastic Dependence of Securities Prices Changes and Transaction Volumes: Implications for the Mixture of Distributions Hypothesis." *Econometrica* 44(2): 305–21.

Fama, E.F. (1970). "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work." *Journal of Finance* 25: 383–417.

Fama, E.F. (1991). "Efficient Capital Markets: II." *Journal of Finance* 46(5): 1575–617.

Franses, P. y D. van Dijk (2000). Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance Cambridge University Press.

Gallant, A., P. Rossi y G. Tauchen (1993). "Nonlinear Dynamic Structures." *Econometrica* 61(4): 871–907.

Granger, C. y T. Teräsvirta (1993). "Modelling Nonlinear Economic Relationships." *International Journal of Forecasting* 10(1): 169–71.

Gregoire, J. (1985). "El Ajuste de los Precios Accionarios a la Información: Resultados Empíricos." *Paradigmas en Administración* 7: 121–131.

Gurgul, H., P. Majdosz y R Mestel (2005). "Joint Dynamics of Prices and Trading Volume on the Polish Stock Market." *Managing Global Transitions* 3(2): 139–56.

Hamilton, J.D. (1989). "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and Business Cycle." *Econometrica* 57: 357–84.

Hansen, B. (1997). "Inference in TAR models." *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 2: 1–14.

He, H. y J. Wang (1995). "Differential Information and Dynamic Behavior of Stock Trading Volume." *Review of Financial Studies* 8(4): 919–72.

Hiemstra, C. y J.D. Jones (1994). "Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Relation." *Journal of Finance* 49(5): 1639–64.

Hinich, M.J. (1996). "Testing for Dependence in the Input to a Linear Time Series Model." *Nonparametric Statistics* 6: 205–21.

Hinich, M.J. y D.M. Patterson (1985). "Evidence of Nonlinearity in Daily Stock Returns." *Journal of Business and Economic Statistics* 3: 69–77.

Jennings, R.; L. Starks y J. Fellingham (1981). "An Equilibrium Model of Asset Trading with Sequential Information Arrival." *Journal of Finance* 36: 143–61.

Kamath, R.R. (2008). "The Price-Volume Relationship in the Chilean Stock Market." *International Business & Economics Research Journal* 7(10): 7–13.

Karpoff, J.M. (1987). "The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey." *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22(1): 109–26.

Krolzig, H.M. (1998). "Econometric Modeling of Markov-Switching Vector Autorregressions Using MSVAR for Ox." Discussion Paper, Department of Economics, University of Oxford.

Krolzig, H.M. (2002). "Regime-Switching Models." Working Paper, Department of Economics, University of Oxford.

Lee, B-S y O.M. Rui (2000). "Does Trading Volume Contain Information to Predict Stock Returns? Evidence from China's Stock Markets." *Review of Quantitative Finance & Accounting* 14(4): 341–60.

Lee, B-S, y O.M. Rui (2001). "Empirical Identification of Non-informational Trades using Trading Volume Data." *Review of Quantitative Finance & Accounting* 17(4): 327–50.

Lin, C.F. y T. Teräsvirta (1994). "Testing the Constancy of Regression Parameters against Continuous Structural Change." *Journal of Econometrics* 62: 211–8.

Luukkonen, R., P. Saikkonen y T. Teräsvirta (1988). "Testing Linearity against Smooth Transition Autoregressive Models." *Biometrika* 75: 491–9.

Maddala, G.S. e I.-M Kim (1998). *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*, NuevaYork, NY, EE.UU: Cambridge University Press.

Marshall, P. y E. Walker (2002). "Volumen, Tamaño y Ajuste a Nueva Información en el Mercado Accionario Chileno." *Estudios de Economía* 29(2): 247–68.

McMillan, D.G. y A.E.H. Speight (2001). "Nonlinearities in the Black Market Zloty-Dollar Exchange Rate: Some Further Evidence." *Applied Financial Economics* 11(2): 209–20.

Pant, B. (2002). "Testing Dynamic Relationships between Returns and Trading Volume on the National Stock Exchange." Working Paper, Indian Institute of Capital Markets.

Parisi, F. y C. Acevedo (2001). "Volume and Autocovariance in Short-Horizon Stock Returns. Evidence from 1992 to 1998 in Chile." *International Review of Financial Analysis* 10(3): 257–85.

Parisi, F. y A. Vásquez (2000). "Simple Technical Trading Rules of Stock Returns: Evidence from 1987 to 1998 in Chile." *Emerging Markets Review* 1(2): 152–64.

Pindyck, R.S. y J. Rottemberg (1990). "The Excess Co-Movement of Commodity Prices." *Economic Journal* 100(403): 1173–89.

Potter, S.M. (1999). "Nonlinear Time Series Modeling: An Introduction." *Journal of Economic Surveys* 13(5): 505–28.

Rashid, A. (2007). "Stock Prices and Trading Volume: An Assessment for Linear and Nonlinear Granger Causality." *Journal of Asian Economics* 18: 595–612.

Romero-Meza, R., C. Bonilla y M.J. Hinich (2007). "Nonlinear Event Detection in the Chilean Stock Market." *Applied Economics Letters* 14: 987–91.

Saatcioglu, K. y L.T. Starks (1998). "The Stock Price-Volume Relationship in Emerging Stock Markets: The Case of Latin America." *International Journal of Forecasting* 14: 215–25.

Sarantis, N. (2001). "Nonlinearities, Cyclical Behavior and Predictability in Stock Markets: International Evidence." *International Journal of Forecasting* 17: 459–82.

Silvapulle, P. y J.-S. Choi (1999). "Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in Stock Price-Volume Relation: Korean Evidence." *Quarterly Review of Economics and Finance* 39(1): 56–76.

Smirlock, M. y L. Starks (1992). "Day-of-the-Week and Intra-day Effects in Stock Returns." *Journal of Financial Economics* 17: 197–210.

Solórzano, E. (1998). "Efecto Enero y sus Posibles Causas. Caso Chileno (1984–1997)." Tesis de Magíster en Finanzas. Escuela de Graduados, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Universidad de Chile.

Teräsvirta, T. (1994). "Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models." *Journal of the American Statistical Association* 89(425): 208–18 (marzo).

Teräsvirta, T. y H.M. Anderson (1992). "Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models." *Journal of Applied Econometrics* 7: S119–S36.

Tsay, R.S. (1989). "Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes." *Journal of the American Statistical Association* 84: 231–40.

Urrutia, J. (1994). "Time Series Properties of Four Latin American Equity Markets: Argentina, Brazil, Chile and Mexico." *Estudios de Administración* 2: 1–8.

Van Dijk, D.J.C. (1999). "Smooth Transition Models: Extensions and Outlier Robust Inference." PhD Dissertation, Erasmus Universiteit Rotterdam.

Van Dijk, D.J.C, T. Teräsvirta y P.H. Franses (2000). "Smooth Transition Autoregressive Models – A Survey of Recent Developments." Econometric Institute Research Report EI2000−23/A, Erasmus University Rotterdam.

Zivot, E. y J. Wang (2006). *Modeling Financial Time Series with S-PLUS*, segunda edición. Springer Science Business Media.

Zúñiga, S.J. (1993). "Retornos Accionarios Chilenos y Efecto Tamaño." Tesis sin publicar, Magíster en Finanzas. Escuela de Graduados, Universidad de Chile.

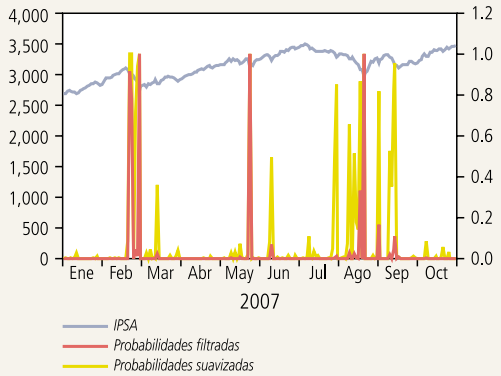
Apéndice

GRÁFICO A1

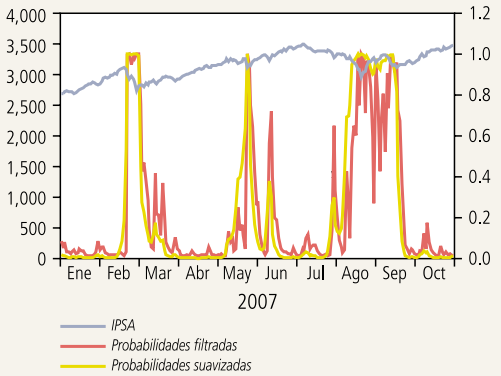
Probabilidades Filtradas y Suavizadas

IPSA, probabilidades filtradas y suavizadas

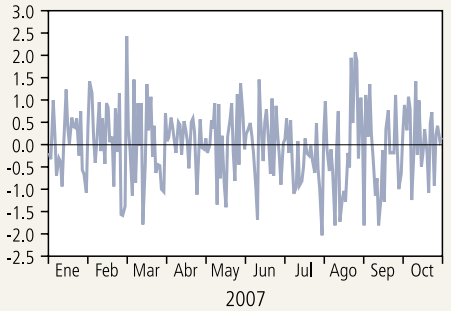
Panel A: modelo 1

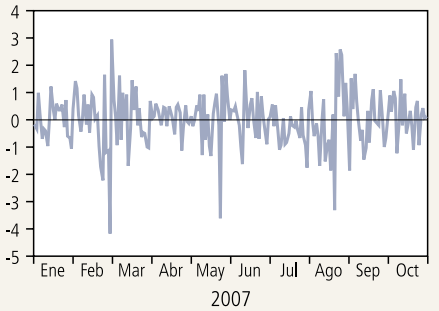


Panel B: modelo 2

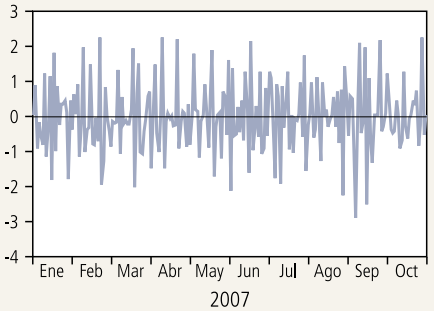


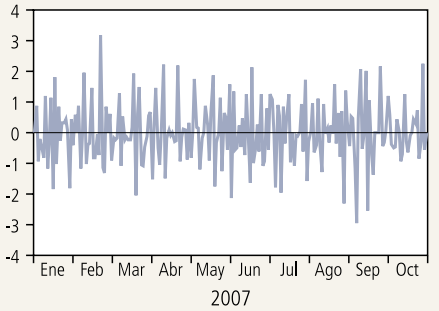
Residuos filtrados de la ecuación para IPSA





Residuos filtrados de la ecuación para volumen





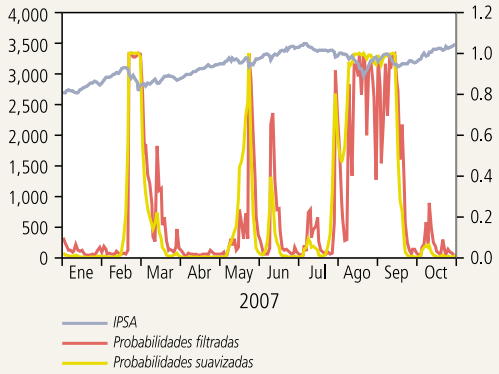
Fuente: Elaboración propia a partir de modelos estimados.

GRÁFICO A2

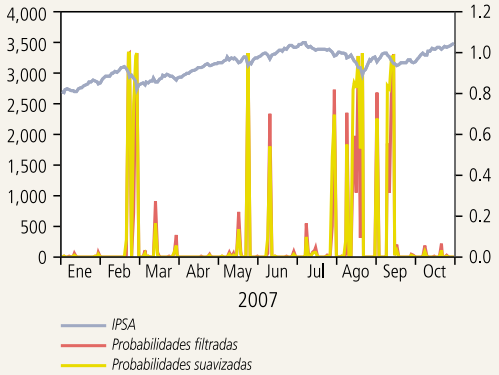
Probabilidades Filtradas y Suavizadas

IPSA, probabilidades filtradas y suavizadas

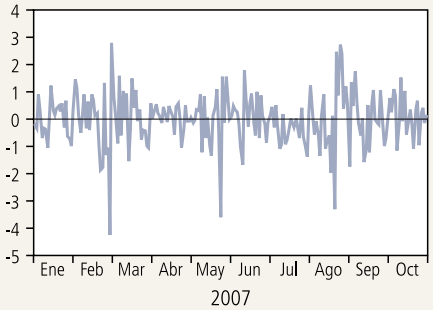
Panel A: modelo 4

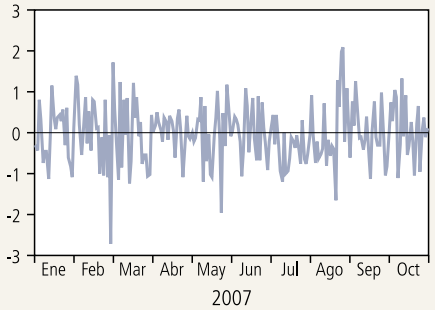


Panel B: modelo 5

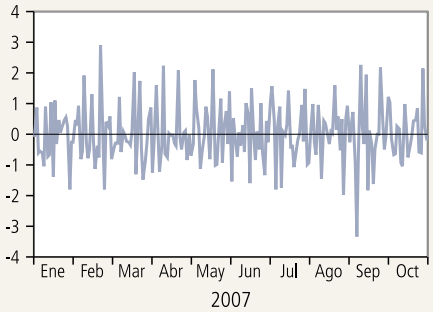


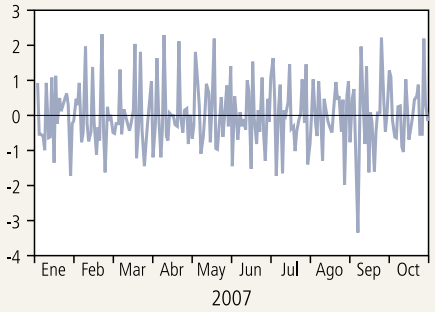
Residuos filtrados de la ecuación para IPSA





Residuos filtrados de la ecuación para volumen





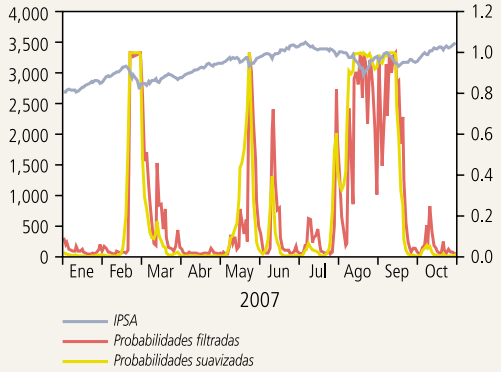
Fuente: Elaboración propia a partir de modelos estimados.

GRÁFICO A3

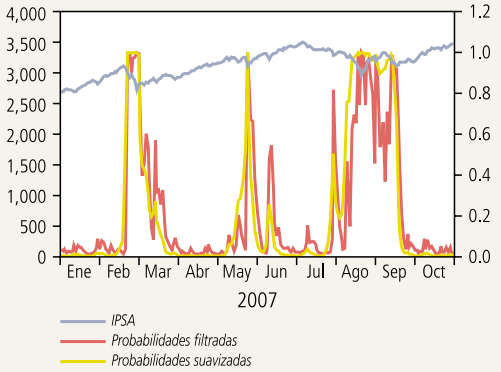
Probabilidades Filtradas y Suavizadas

IPSA, probabilidades filtradas y suavizadas

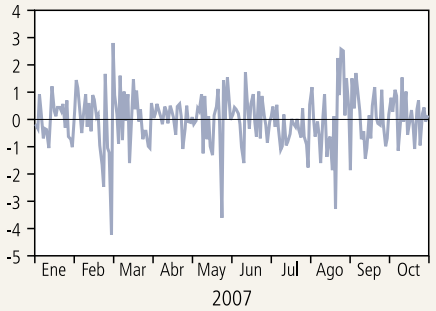
Panel A: modelo 6

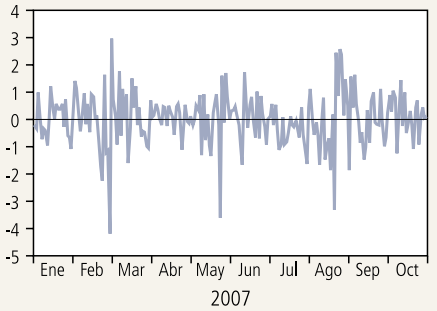


Panel B: modelo 7

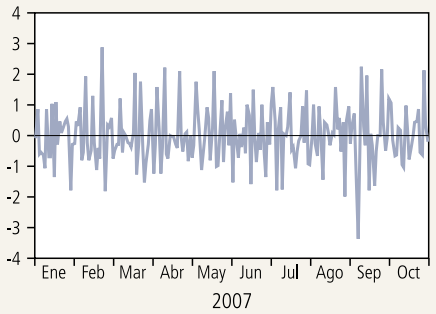


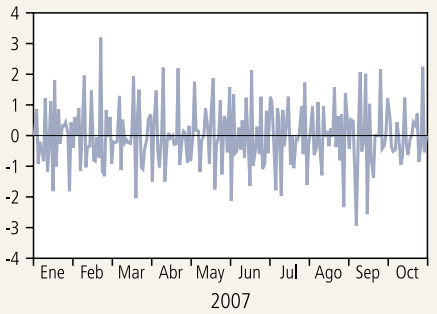
Residuos filtrados de la ecuación para IPSA





Residuos filtrados de la ecuación para volumen





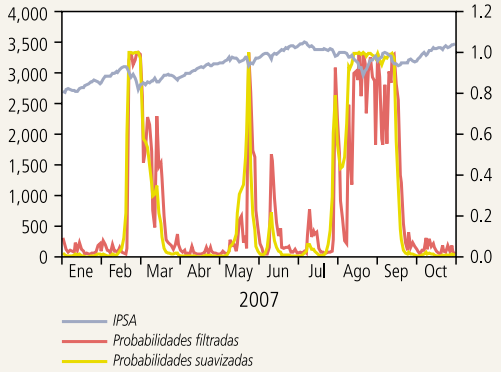
Fuente: Elaboración propia a partir de modelos estimados.

GRÁFICO A4

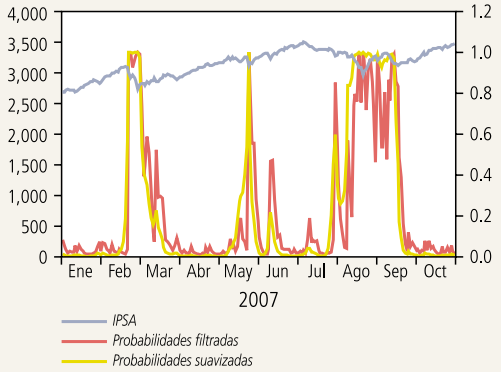
Probabilidades Filtradas y Suavizadas

IPSA, probabilidades filtradas y suavizadas

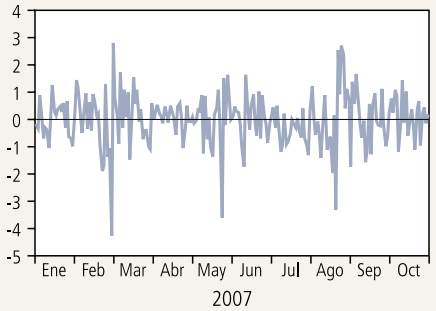
Panel A: modelo 8

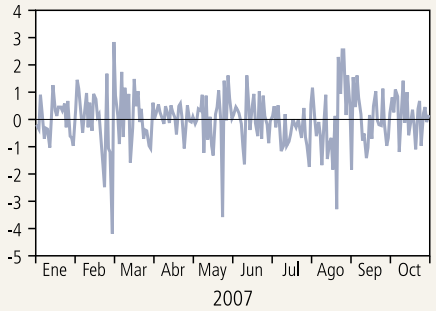


Panel B: modelo 9

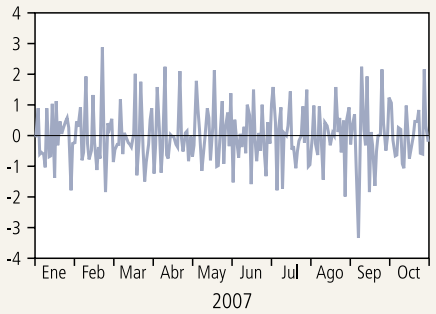


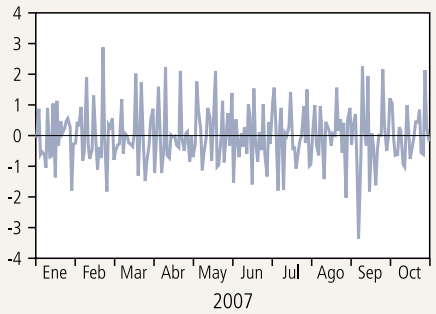
Residuos filtrados de la ecuación para IPSA





Residuos filtrados de la ecuación para volumen





Fuente: Elaboración propia a partir de modelos estimados.